

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

тема лекции:

Кристаллографические проекции, простые формы

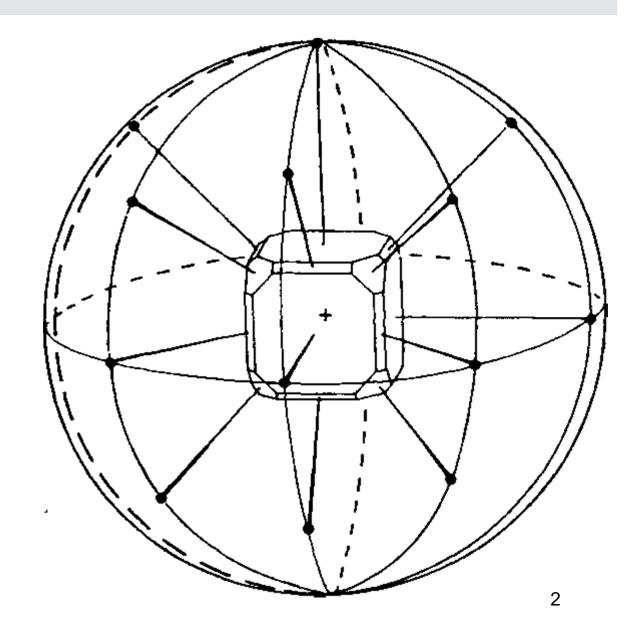
Гуржий В.В.

Сферические проекции

Исходная проекция в кристаллографии – проекция элементов на сферу.

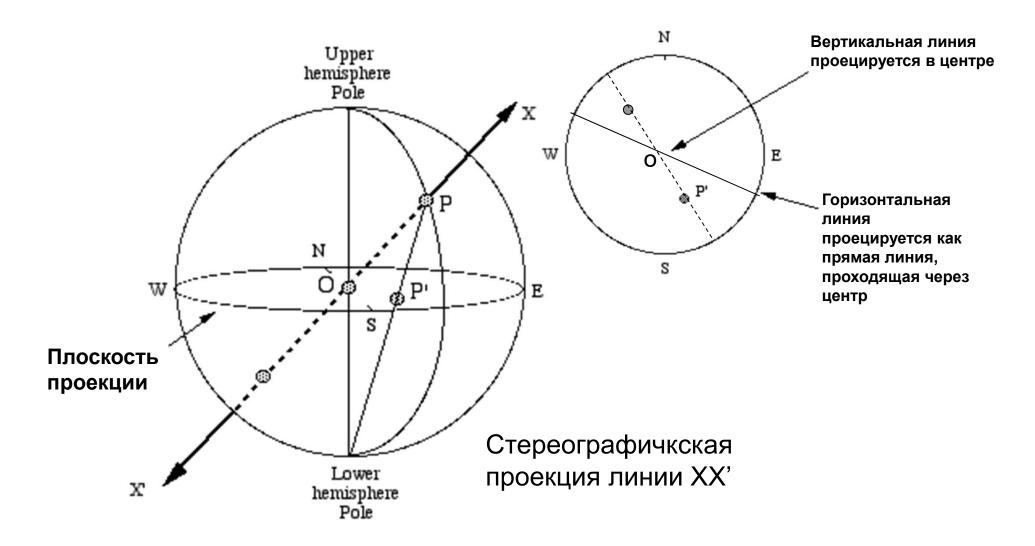
Описываем вокруг кристалла сферу с центром, лежащим в центре тяжести кристалла.

Продолжаем все элементы симметрии кристалла до их пересечения со сферой проекций.



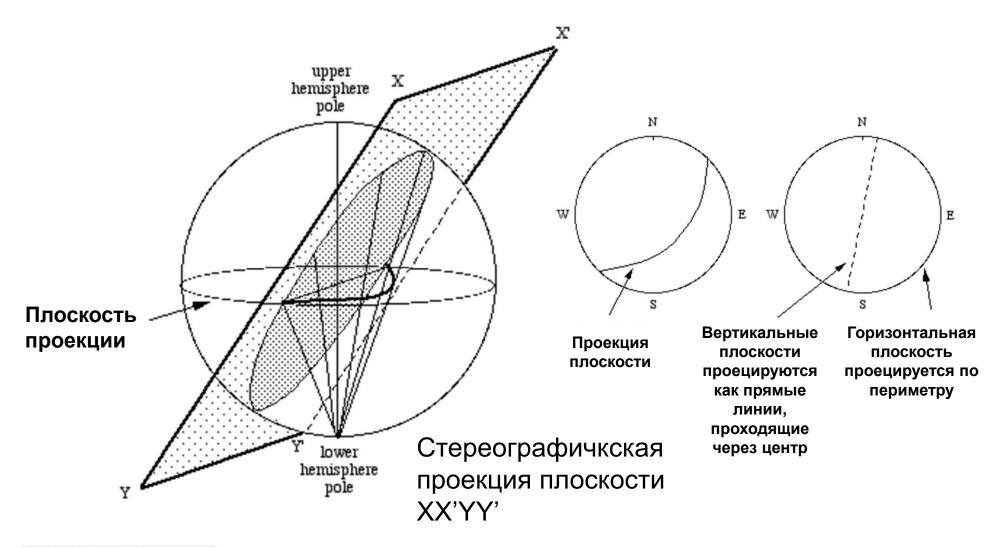


Стереографические проекции



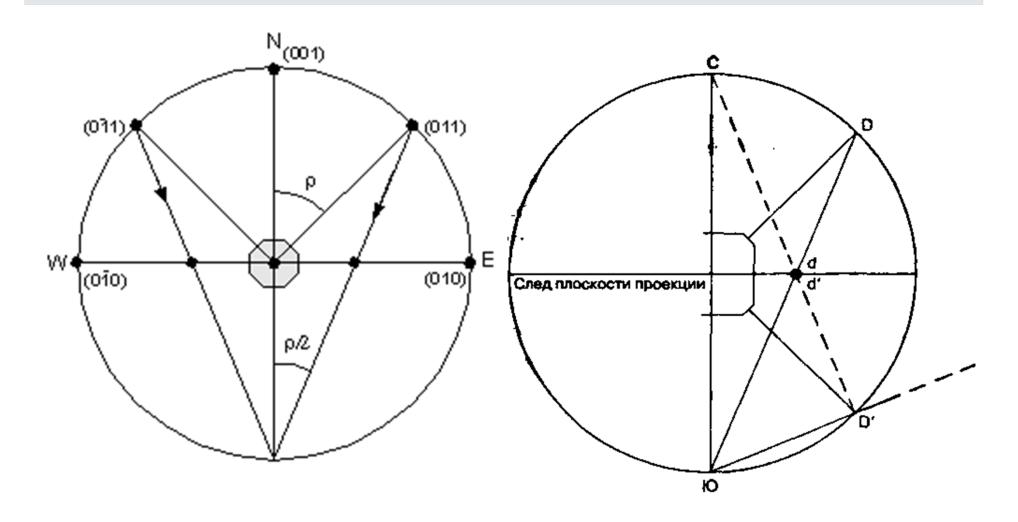


Стереографические проекции





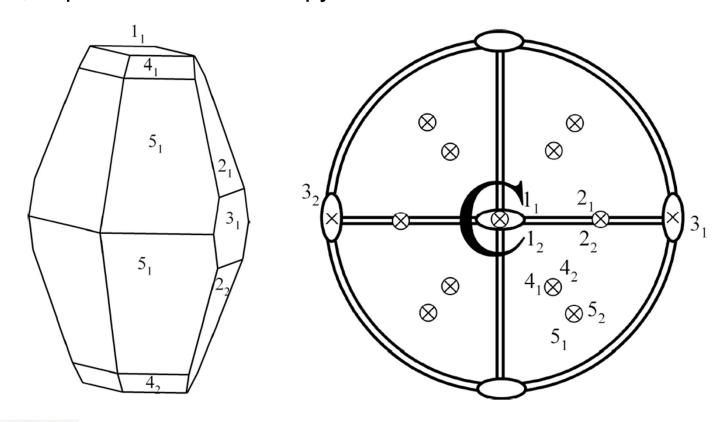
Гномостереографические проекции





Гномостереографические проекции

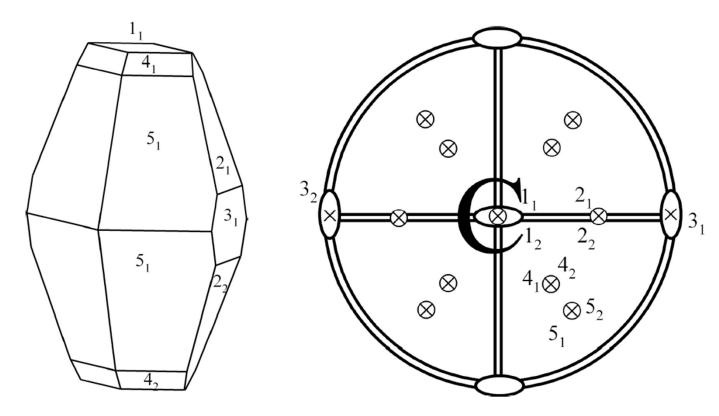
Чем грань более пологая, тем ее проекция ближе к центру круга проекций; чем она круче ориентирована, тем проекция ближе к краю окружности. Горизонтальные грани проецируются в центр круга проекций, вертикальные – на окружность.





Гномостереографические проекции

При проектировании граней стоит учитывать их расположение относительно элементов симметрии. Если какие-либо грани связаны элементами симметрии, то данная связь должна отразится и на проекции.





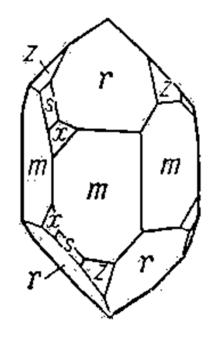
Простая форма — совокупность граней, связанных элементами симметрии

Всего известно 47 геометрически различных простых форм

Простые формы подразделяются на ЗАКРЫТЫЕ и ОТКРЫТЫЕ.

Грани <u>закрытых</u> простых форм полностью замыкают заключенное между ними пространство.

Наличие граней <u>открытой</u> простой формы требует обязательного присутствия на кристалле граней хотя бы еще одной простой формы.



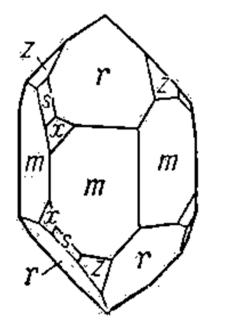


Простая форма — совокупность граней, связанных элементами симметрии

Всего известно 47 геометрически различных простых форм

Для каждой категории есть свой набор не повторяющихся простых форм.

Есть лишь не значительное пересечение в низшей и средней категориях.



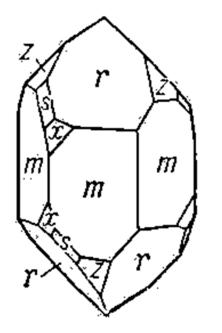


Простая форма — совокупность граней, связанных элементами симметрии

Всего известно 47 геометрически различных простых форм

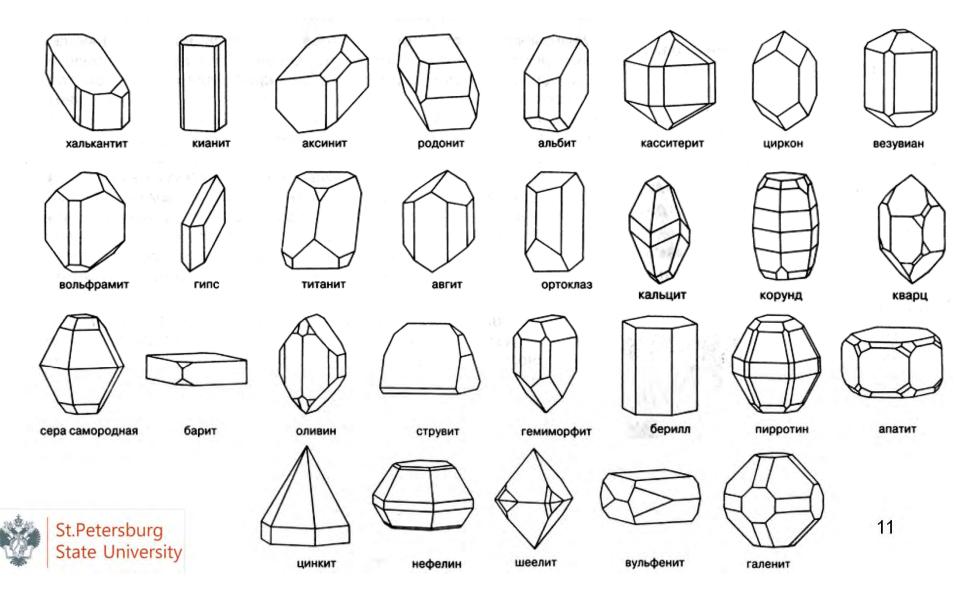
Если в кристалле есть одинаковые грани (одинаковые по форме, размеру,...), то они должны быть связаны элементами симметрии.

И наоборот, если есть элементы симметрии, то они должны связывать (объединять) какие-нибудь грани.





Разнообразие форм кристаллов – очень велико!

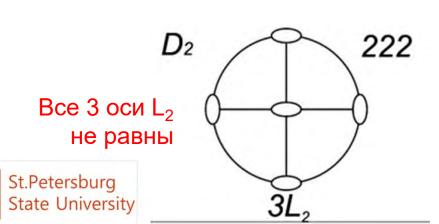


Разнообразие форм кристаллов – очень велико!

А число простых форм (47 возможных комбинаций граней) ограничено существованием всего 32 видов симметрии.

По положению граней относительно элементов симметрии выделяют ЧАСТНЫЕ и ОБЩИЕ простые формы.

Грани <u>частных</u> простых форм – перпендикулярны, параллельны элементам симметрии или лежат под равными углами к равным элементам симметрии (равными называются одинаковые элементы симметрии если они совмещаются друг с другом другими элементами симметрии данной фигуры).



12

4mm

Разнообразие форм кристаллов – очень велико!

А число простых форм (47 возможных комбинаций граней) ограничено существованием всего 32 видов симметрии.

По положению граней относительно элементов симметрии выделяют ЧАСТНЫЕ и ОБЩИЕ простые формы.

Грани <u>общих</u> простых форм занимают «общее» положение относительно элементов симметрии – располагаются под произвольными углами.

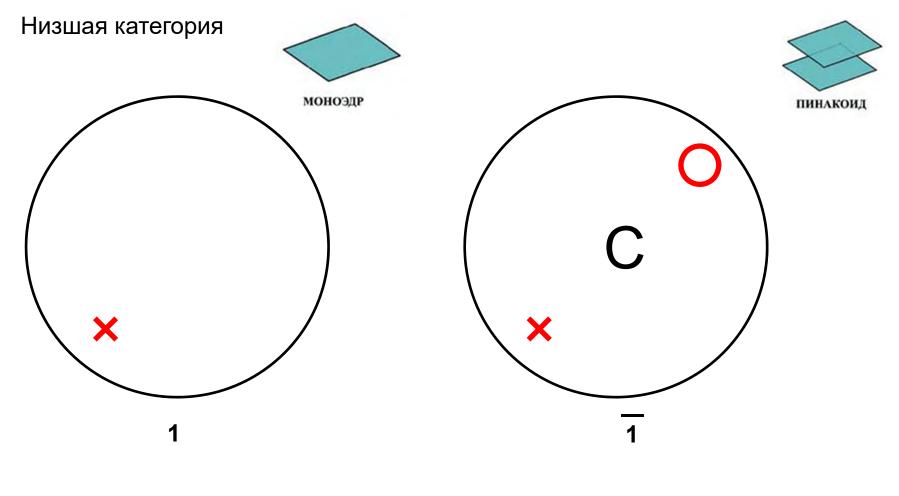
Для каждого вида симметрии существует только одна ОБЩАЯ ПРОСТАЯ ФОРМА, поэтому иногда вид симметрии называют по этой форме.

Т. е. 47 - 32 = 15 – простых форм, которые могут быть только частными.



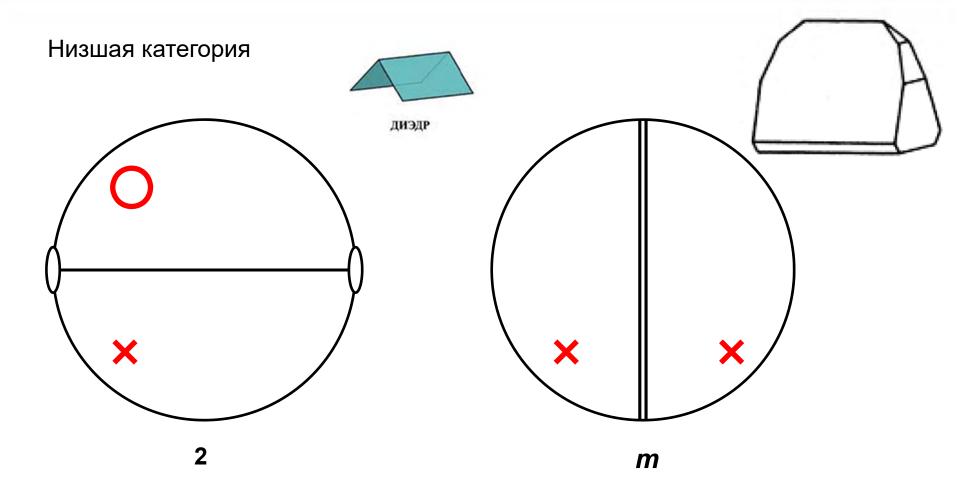
Виды симметрии

иифо	HAM	Виды симметрии							
Категории	Сингонии	Примитивные	Инверсионно- Примитивные	Центральные	Инверсионно- Планальные	Планальные	Аксиальные	Аксиально- Центральное	
Низшая	Триклинная	C ₁ 1	C C 7						
	Моноклинная	C ₂ 2	Cs m	C _{2h} 2/m					
	Ромбическая					C ₂ v mm2	D ₂ 222	D _{2h} mmm 3L ₂ C3m	
Средняя	Тетрагональная	C ₄ 4	S_4 \overline{Q} \overline{A}	G 4/m	$\overline{42m}$ $L_{id}2L_{2}2m$	C _{4v} 4mm L ₄ 4m	D4 422	D _{4h} 4/mmm L ₄ 4L ₂ C5m	
	Тригональная	C ₃	$C_{3i} \bigcirc \bigcirc$		D_{3d}	C _{3v} 3m	D ₃ 322		
	Гексагональная		C3h	C _{6h} 6/m	D_{3h} $\overline{6}m2$ $\overline{L}_{16}3L_23m$	C _{6v} 6mm	D ₆ 622	D _{6h} 6/mmm L ₆ 6L ₂ C7m	
Высшая	Кубическая	7 23 3L ₂ 4L ₃		T_h $m\overline{3}$ $3L_24L_3C3m$	T _d 43m $3L_{i4}4L_{3}6m$		O 432 3L ₄ 4L ₃ 6L ₂	O_h $m\bar{3}m$ $3L_44L_36L_2C9m$	





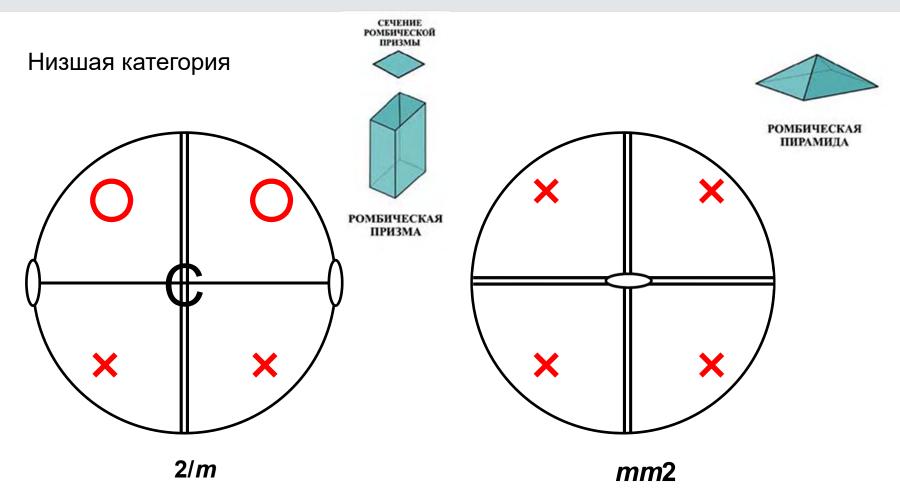




Диэдр осевой

Диэдр плоскостной



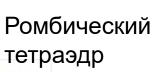


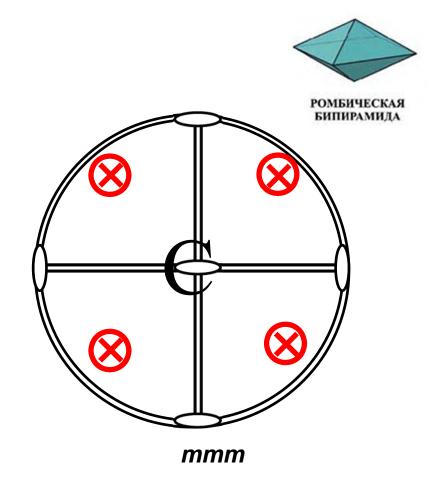
Ромбическая призма

Ромбическая пирамида



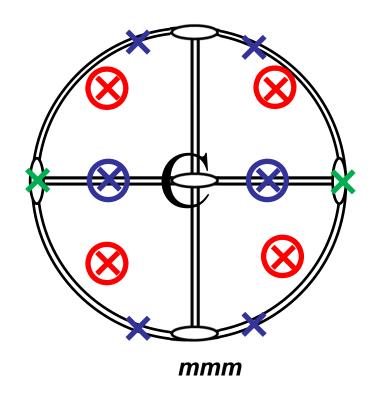






Ромбическая дипирамида

Низшая категория

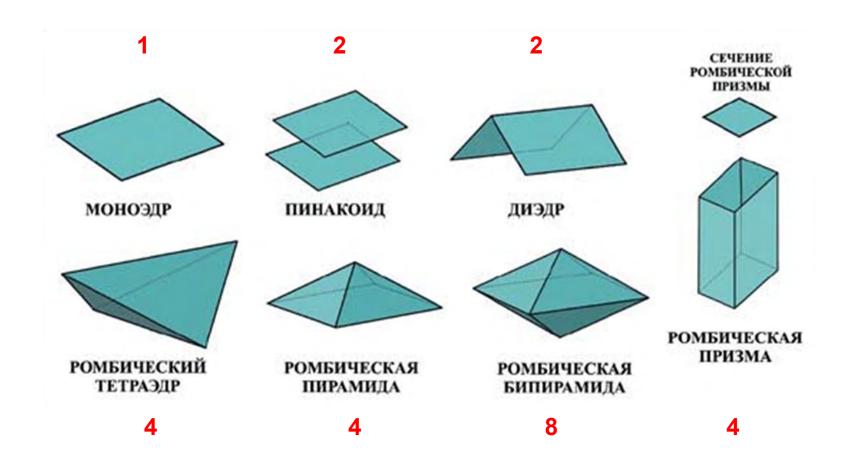


Ромбическая призма

Ромбическая дипирамида



Низшая категория





Виды симметрии

Категории	ОНИИ	Виды симметрии							
Катег	Сингонии	Примитивные	Инверсионно- Примитивные	Центральные	Инверсионно- Планальные	Планальные	Аксиальные	Аксиально- Центральное	
	Триклинная	C ₁ 1	C C 7						
Низшая	Моноклинная	C ₂ 2	Cs m	C _{2h} 2/m					
	Ромбическая					C _{2V} mm2	D ₂ 222	3L,C3m	
	Тетрагональная	C ₄	S4	C _{4h} 4/m	D _{2d}	L,4m	L ₄ 4L ₂	L ₄ 4L ₂ C5m	
Средняя	Тригональная	Сз 3	C _{3i}		D _{3d} $\bar{3}m$ L_33L_2C3m	C₃v 3m L₃3m	D ₃ 322		
	Гексагональная		C3h 😝 6	C _{6h} C 6/m	D _{3h} 6m2 L _m 3L ₂ 3m	C _{6v} 6mm	L ₆ 6L ₂	D _{6h} 6/mmm L ₆ 6L ₂ C7m	
Высшая	Кубическая	7 23 3L ₂ 4L ₃		Th m3	$\overline{43m}$ $3L_{14}\overline{4L_{3}6m}$		O 432 3L ₄ 4L ₃ 6L ₂	$m\bar{3}m$ $3L_44L_36L_2C9m$	

Средняя категория. Призмы

Сложены гранями, пересекающимися в параллельных ребрах.

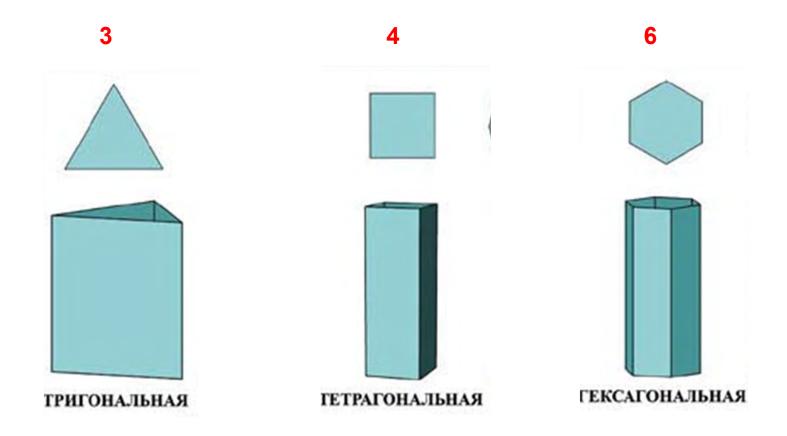
Это открытые простые формы, а потому возможны только в комбинациях.

В средней категории грани призмы параллельны главной оси симметрии, поэтому ориентированы строго перпендикулярно плоскости проекции.

Поперечные сечения – треугольник, квадрат, правильный шестиугольник.



Средняя категория. Призмы





Средняя категория. Призмы

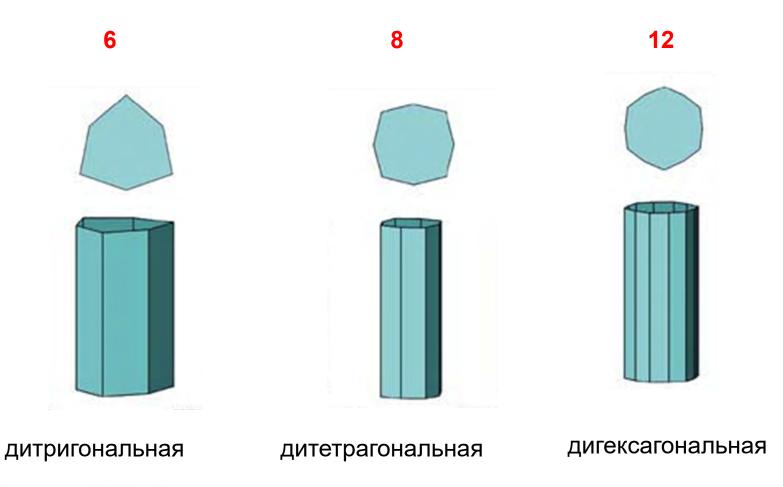
Призмы с удвоенным числом граней — дитри(тетра, гекса)гональные — можно получить, «разломив» каждую грань простой призмы по средней линии, параллельной главной оси.

Две «половинки» связаны плоскостью симметрии, проходящей через главную ось.

Поперечные сечения – равносторонние многоугольники, углы в которых равны через один.



Средняя категория. Призмы





Средняя категория. Пирамиды

Пирамиды – сложены гранями, пересекающимися в одной точке (вершине), лежащей на главной оси симметрии.

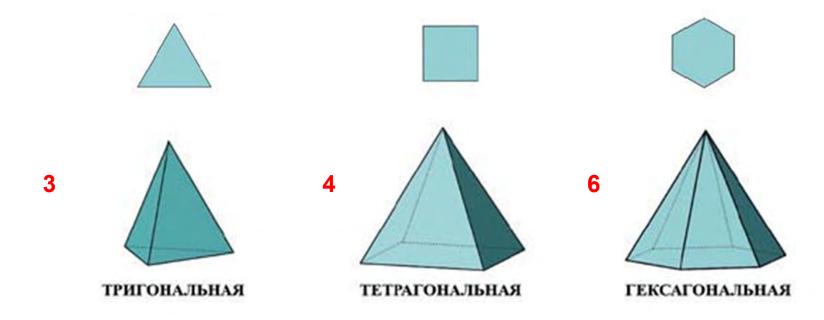
Это также открытые простые формы, а потому возможны только в комбинациях.

Вершина может быть обращена как вверх, так и вниз относительно плоскости проекции.

Поперечные сечения – треугольник, квадрат, правильный шестиугольник.



Средняя категория. Пирамиды





Средняя категория. Пирамиды

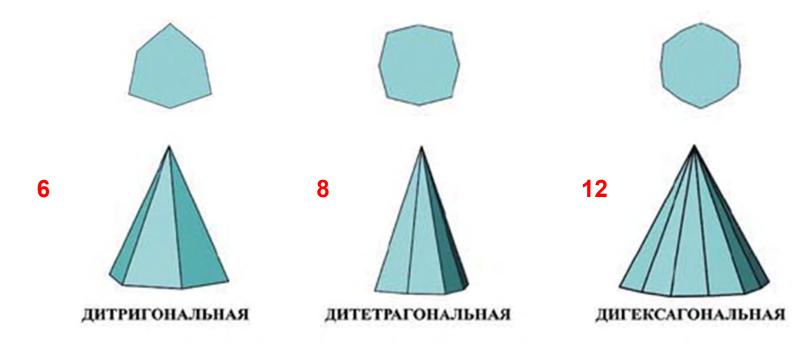
Пирамиды с удвоенным числом граней получаем «разламыванием» каждой грани простой пирамиды вдоль высоты грани.

Две «половинки» связаны плоскостью симметрии, проходящей через главную ось.

Поперечные сечения – равносторонние многоугольники, углы в которых равны через один.



Средняя категория. Пирамиды





Средняя категория. Дипирамиды

Дипирамиды являются закрытыми элементами симметрии.

Их можно рассматривать как две пирамиды, сложенные основаниями.

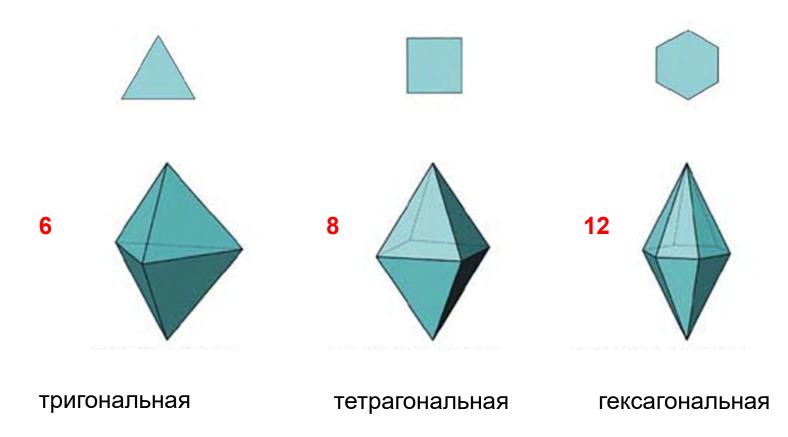
Вершины таких пирамид лежат на одной оси симметрии.

Нижние грани лежат точно под верхними, связываясь горизонтальной плоскостью симметрии или осями 2 порядка.

Поперечные сечения – треугольник, квадрат, правильный шестиугольник.



Средняя категория. Дипирамиды





Средняя категория. Дипирамиды

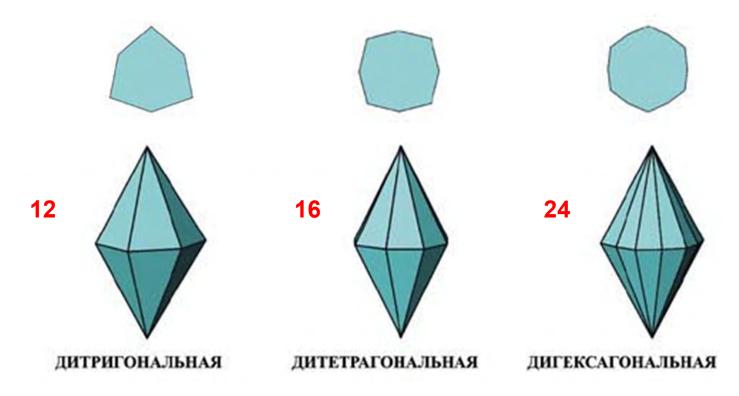
Дипирамиды с удвоенным числом граней.

Смежные верхние или смежные нижние грани связаны плоскостями симметрии.

Поперечные сечения – равносторонние многоугольники, углы в которых равны через один.



Средняя категория. Дипирамиды





Средняя категория. Трапецоэдры

Трапецоэдр можно представить как дипирамиду, у которой верхняя и нижняя пирамиды развернуты вокруг главной (общей) оси симметрии на произвольный угол (не фиксируемый операциями симметрии).

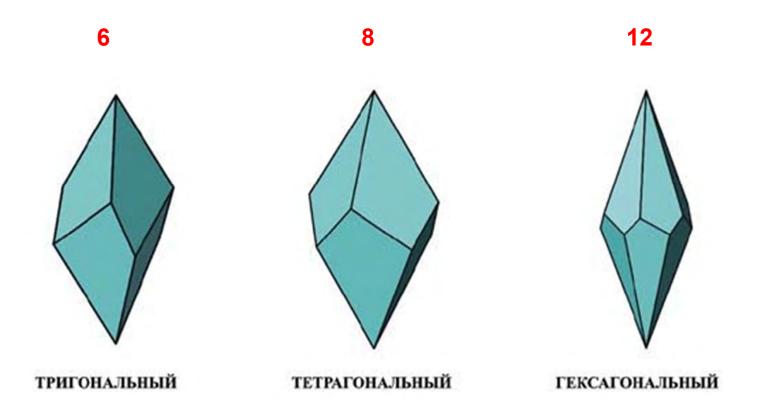
При таком развороте бывшие треугольные грани дипирамиды превращаются в неправильные четырехугольные – отсюда и название простой формы.

На проекции – каждая нижняя грань расположена несимметрично между двумя верхними, и наоборот.

Смежная верхняя и нижняя грани связаны горизонтальной осью L₂, проходящей через середину общего ребра.



Средняя категория. Трапецоэдры





Средняя категория. Тетраэдры и скаленоэдры

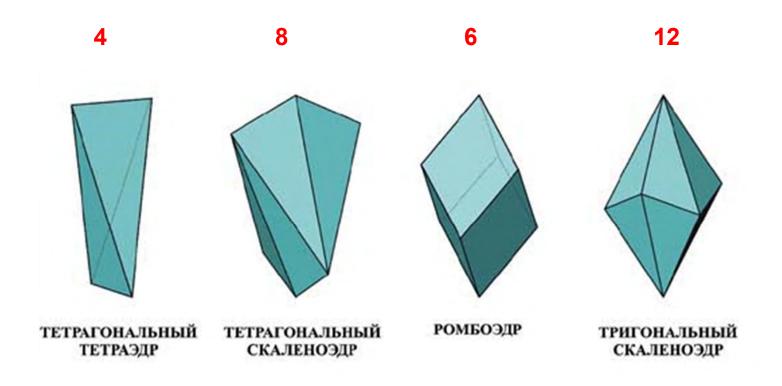
Тетраэдр – замкнутый четырехгранник, сложенный треугольными гранями так, что каждая нижняя лежит между двумя верхними, и наоборот.

Ромбоэдр – тригональный аналог тетраэдра. Также можно представить как тригональную дипирамиду у которой верхняя и нижняя пирамиды развернуты вокруг главной (общей) оси симметрии на 60°, или симметризованный ромбоэдр.

Скаленоэдры – производные от тетраэдра и ромбоэдра удвоением граней в результате «разламывания» исходных граней по плоскостям, проходящим через L_{i4} или L_{i3} . Каждая пара верхних граней лежит симметрично между двумя парами нижних граней, и наоборот.



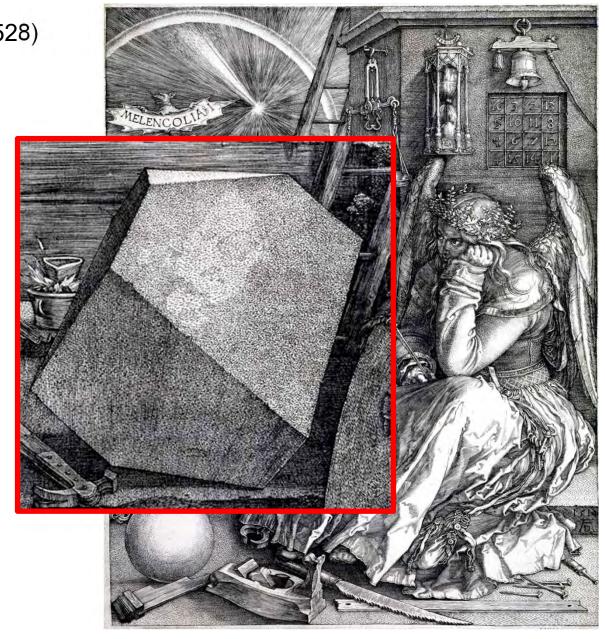
Средняя категория. Тетраэдры и скаленоэдры





Альбрехт Дюрер (1471-1528) Меланхолия I (1514)

ромбоэдр и пинакоид L_33L_2C3m





Виды симметрии

иифо	Сингонии	Виды симметрии						
Категории		Примитивные	Инверсионно- Примитивные	Центральные	Инверсионно- Планальные	Планальные	Аксиальные	Аксиально- Центральное
Низшая	Триклинная	C ₁ 1	C_i C \overline{C}					
	Моноклинная	C ₂ 2	Cs m	C _{2h} 2/m				
	Ромбическая					C_{2V} $mm2$ L_22m	D ₂ 222	D _{2h} mmm 3L ₂ C3m
Средняя	Тетрагональная	C ₄	S ₄	C4h 6 4/m	D_{2d} $\overline{42m}$ $L_{1d}2L_{2}2m$	C _{4v} 4mm L ₄ 4m	D4 422 L ₄ 4L ₂	D _{4h} 4/mmm L ₄ 4L ₂ C5m
	Тригональная	C ₃	C3i		D_{3d} $\bar{3}m$ $L_3 L_2 C 3m$	C _{3v} 3m	D ₃ 322	
	Гексагональная	C ₆ 0 6	C3h 0 6	C _{6h} 6/m		C _{6v} 6mm L ₆ 6m	D6 622 L ₆ 6L ₂	D _{6h} 6/mmm L ₆ 6L ₂ C7m
Высшая	Кубическая	7 23 3L ₂ 4L ₃		Th m3	T _d 43m 3L ₁₄ 4L ₃ 6m		O 432 3L,4L,6L	Oh m3m 3L ₄ 4L ₃ 6L ₂ C9m

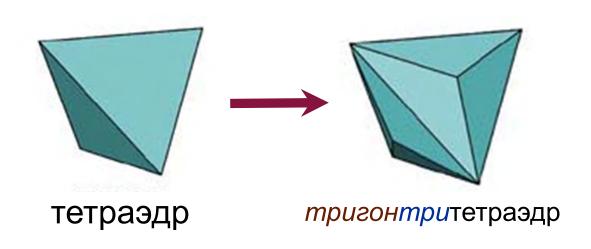
Высшая категория.

Все простые формы – закрытые.

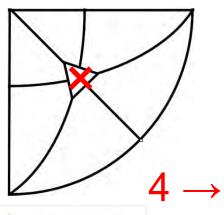
Ни одна простая форма из низшей или средней категории здесь встречаться **HE MOЖЕТ**!

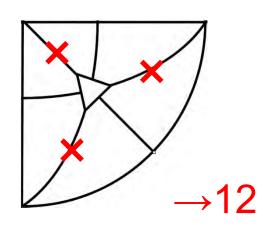


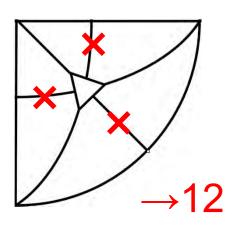
Высшая категория. Производные тетраэдра



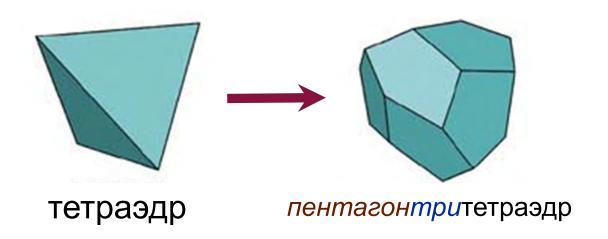




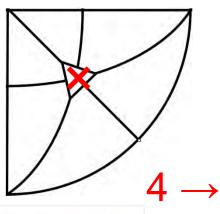


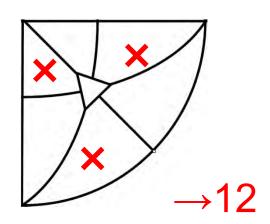


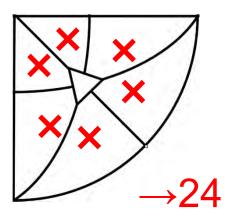
Высшая категория. Производные тетраэдра



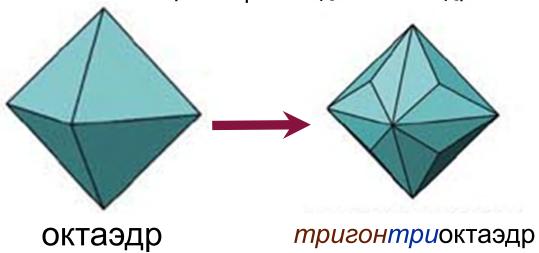




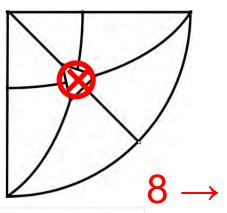


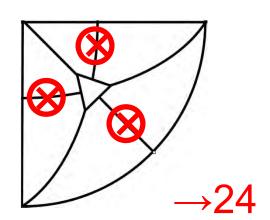


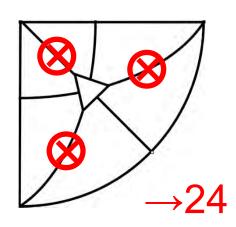
Высшая категория. Производные октаэдра



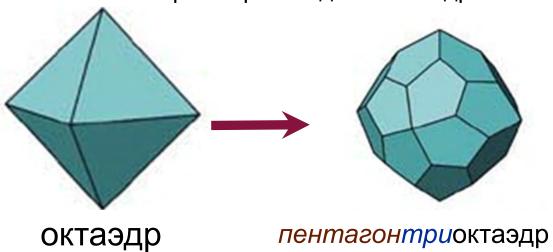




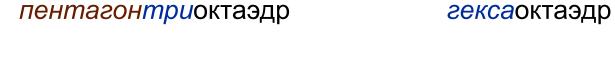


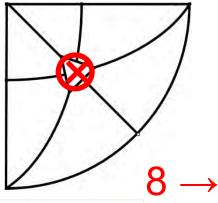


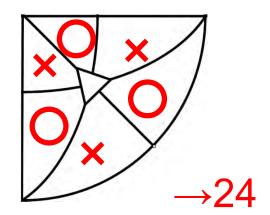
Высшая категория. Производные октаэдра

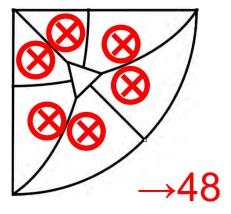






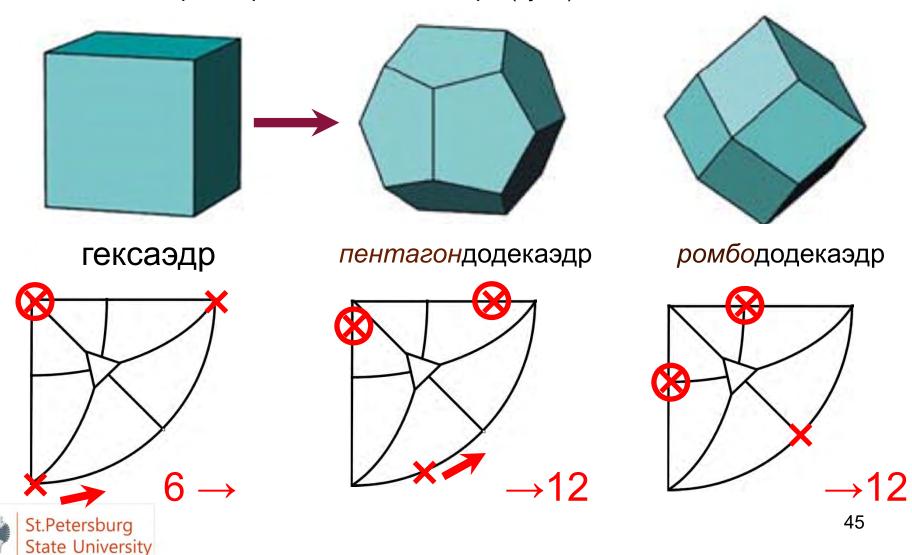




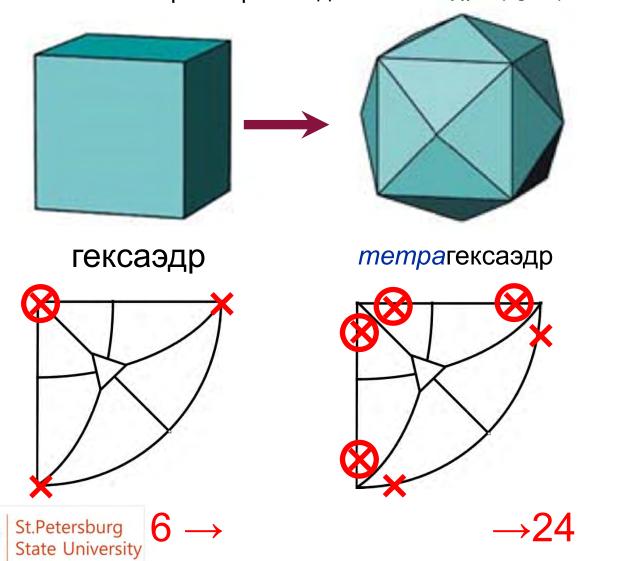




Высшая категория. Производные гексаэдра (куба)

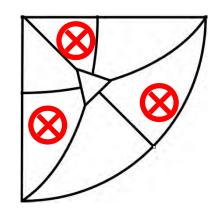


Высшая категория. Производные гексаэдра (куба)





*ди*додекаэдр

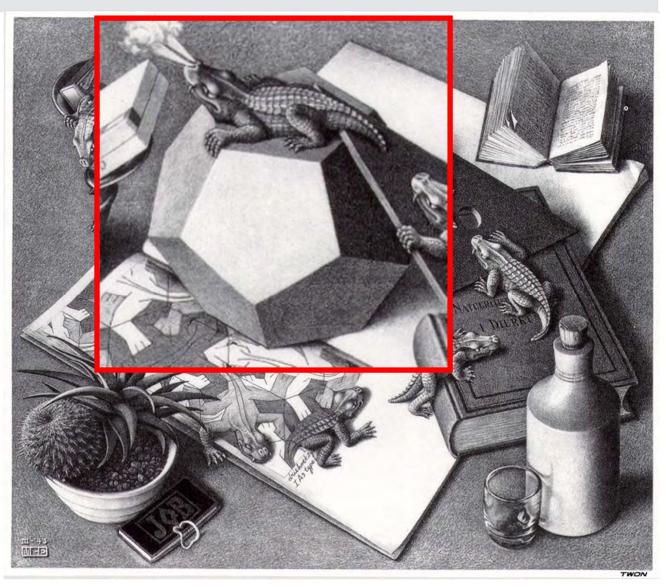


 \rightarrow 24 40

Морис Корнелис Эшер (1898-1972)

Рептилии. Литография (1943)

пентагондодекаэдр





Морис Корнелис Эшер (1898-1972)

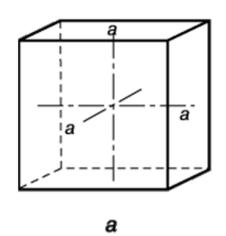
Кристалл. Меццо-тинто
– разновидность
гравюры на металле
(1947)

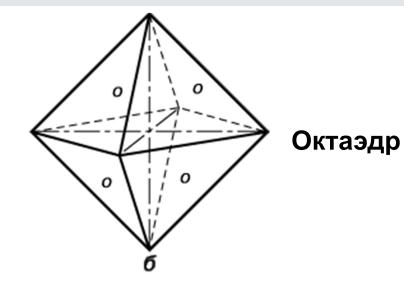
Комбинация (прорастание) куба и октаэдра



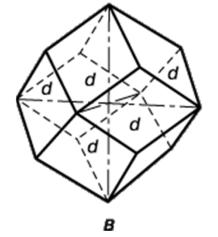


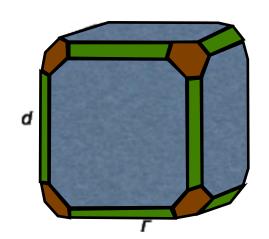
Куб





Ромбо додекаэдр







Морис Корнелис Эшер (1898-1972)

Учиться для звёзд. Ксилография (1948)



