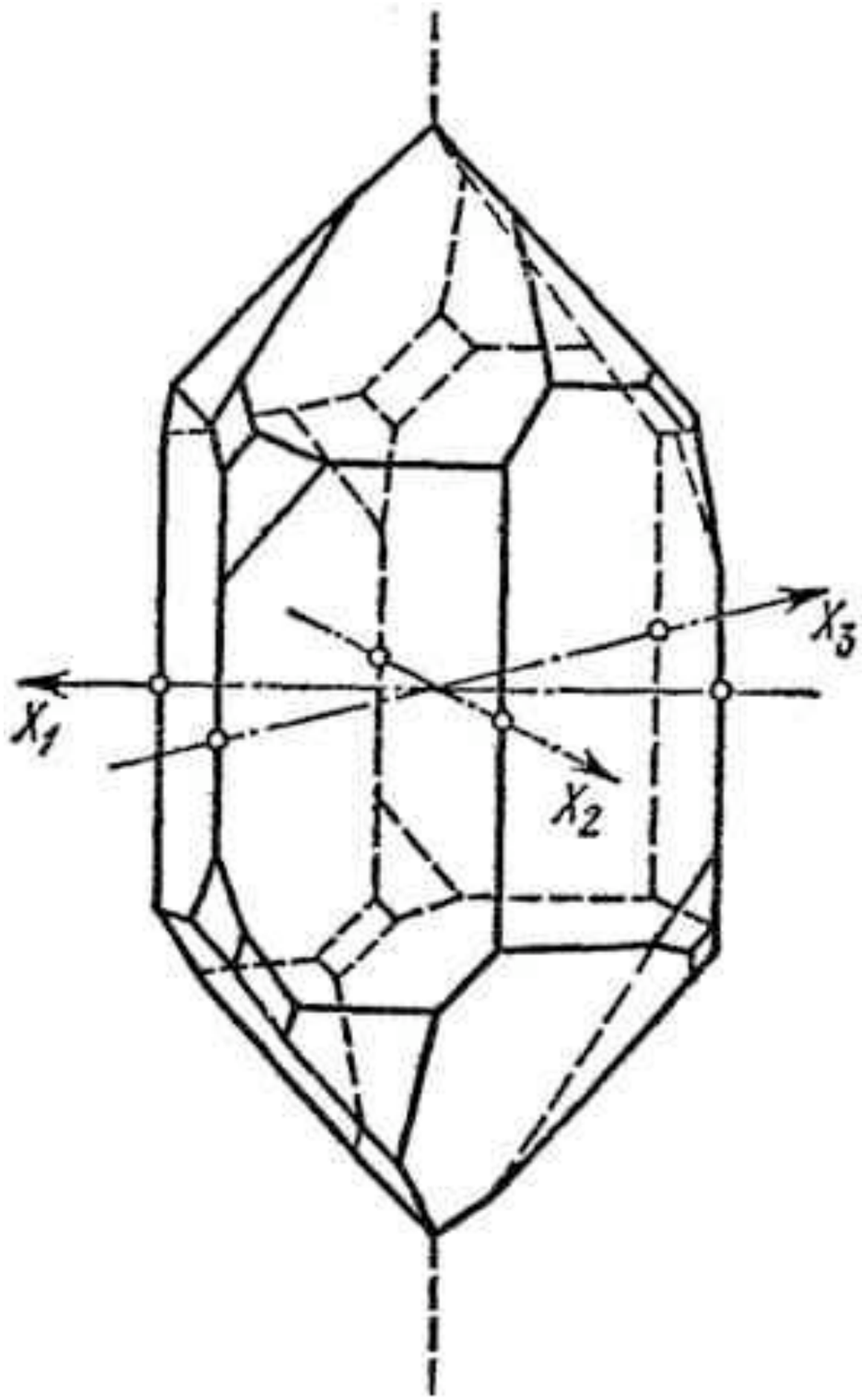
Кристаллография

Лекция 4

Взаимодействие элементов симметрии
Теоремы сложения

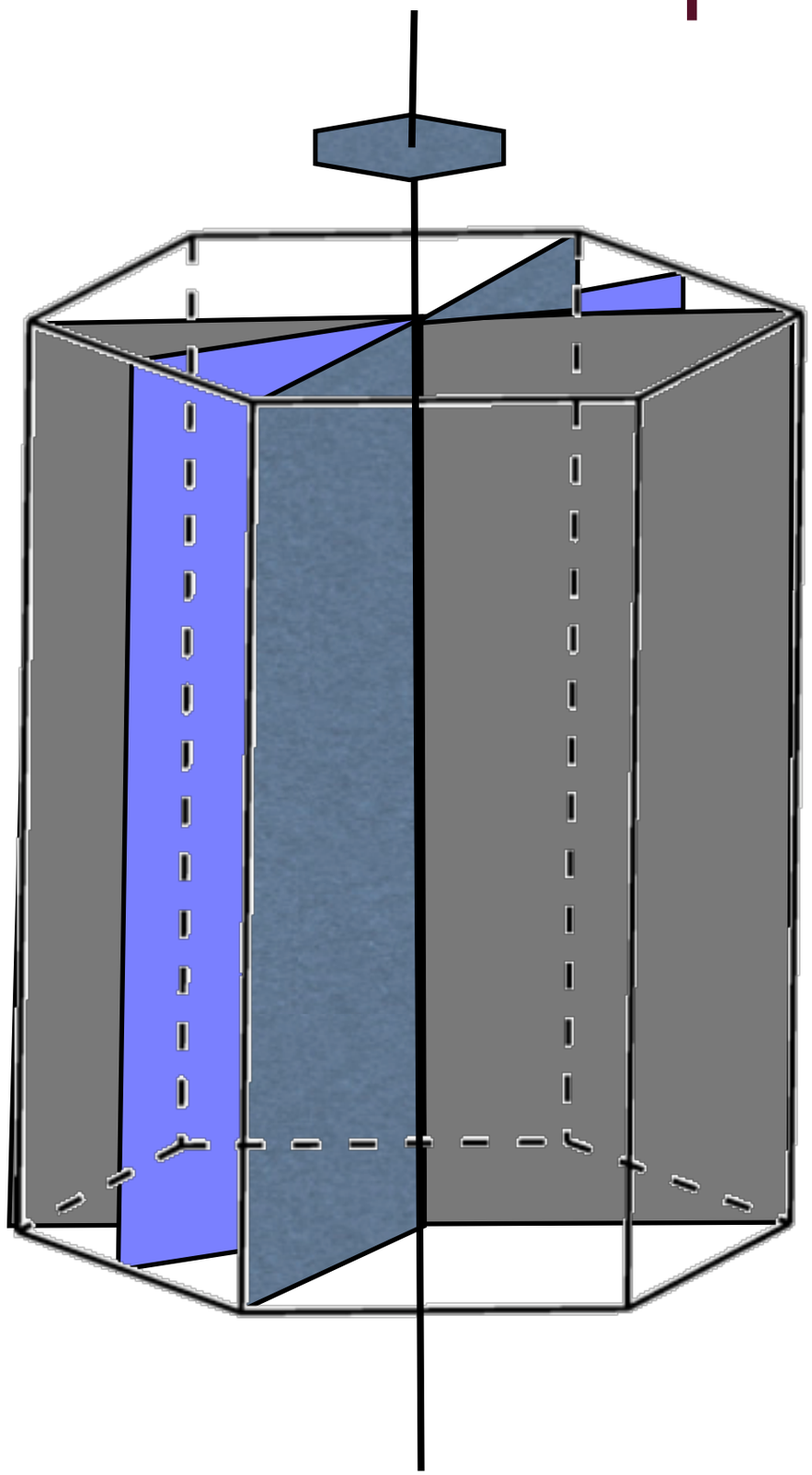


Следствие: Если есть ось n-го порядка и перпендикулярная ей ось 2-го порядка, то осей 2 порядка будет n.

$$L_n + \perp L_2 = nL_2$$

$$L_3 + \perp L_2 = 3L_2$$

Взаимодействие элементов симметрии
Теоремы сложения



Следствие: Если есть параллельные ось и плоскость, то через ось будет проходить столько плоскостей, каков ее порядок.

$$L_n + \parallel m = nm$$

$$L_2 + \parallel m = 2m$$

Взаимодействие элементов симметрии
Теоремы сложения

При наличии оси симметрии четного порядка и центра инверсии, в кристалле будут плоскости зеркального отражения, перпендикулярные оси, причем число плоскостей будет равно числу осей четного порядка.

$$m + C = \perp L_{2n}$$

$$L_{2n} + C = L_{2n}mC$$

$$L_2 + C = L_2mC$$

$$L_4 + C = L_4mC$$

$$L_6 + C = L_6mC$$

$$3L_4 4L_3 6L_2 9mC \rightarrow 3L_4 + 6L_2 = 9m$$

Взаимодействие элементов симметрии
Теоремы сложения

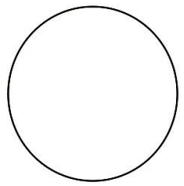
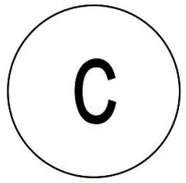
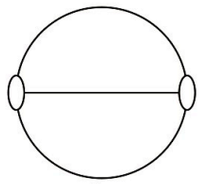
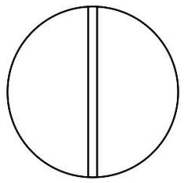
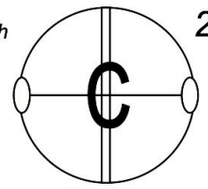
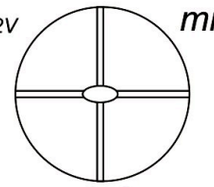
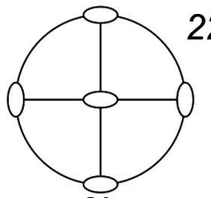
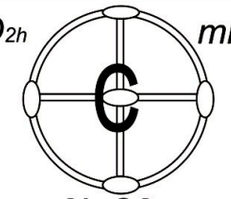
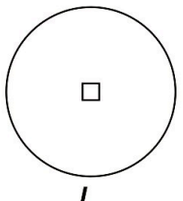
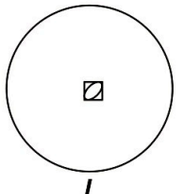
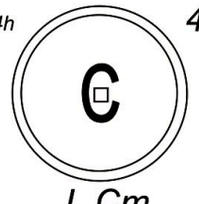
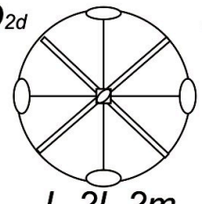
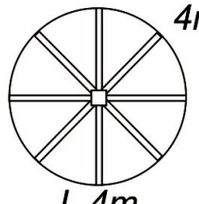
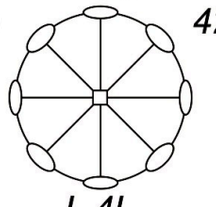
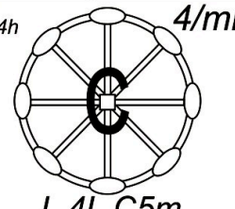
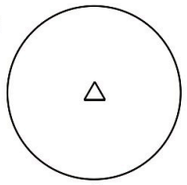
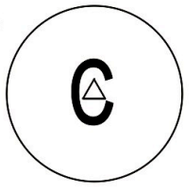
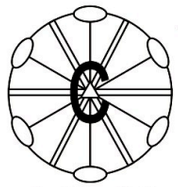
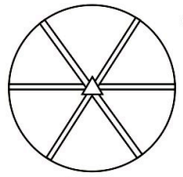
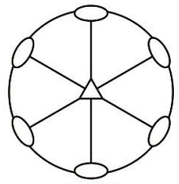
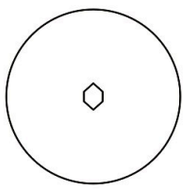
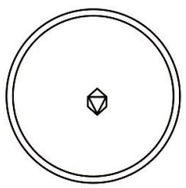
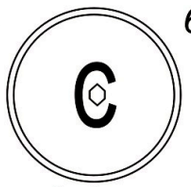
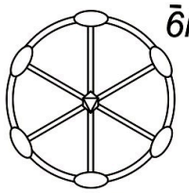
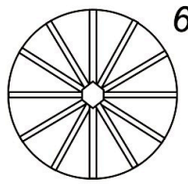
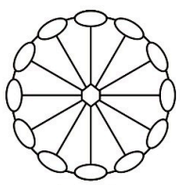
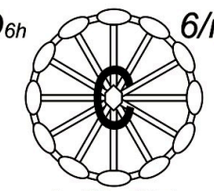
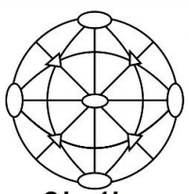
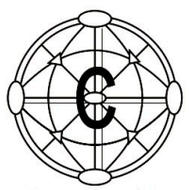
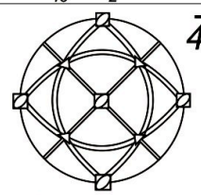
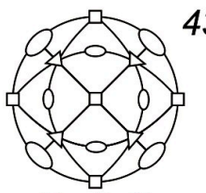
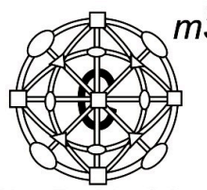
Следствие: Если есть инверсионная ось симметрии n-порядка и параллельная ей плоскость, то будет присутствовать перпендикулярная ось второго порядка, причем число L_2 и m будет равно порядку простой оси, содержащейся в инверсионной.

$$L_{i3} + \parallel m = 3\parallel m + 3\perp L_2$$

$$L_{i6} + \parallel m = 3\parallel m + 3\perp L_2$$

$$L_{i4} + \parallel m = 2\parallel m + 2\perp L_2$$

Виды симметрии

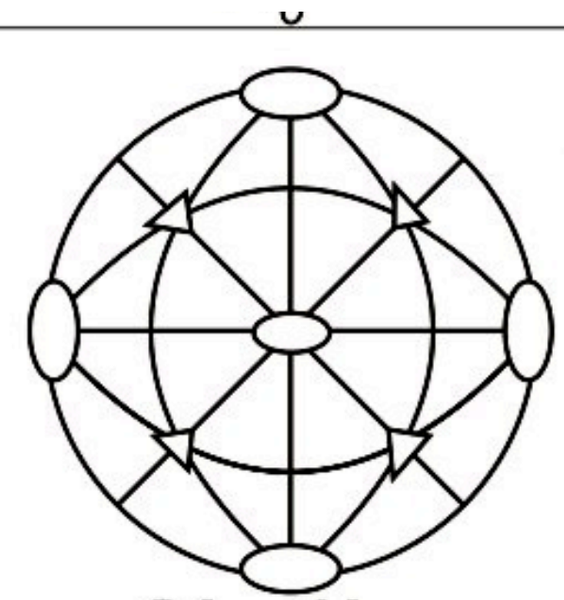
Категории	Сингонии	Примитивные	Инверсионно-Примитивные	Центральные	Инверсионно-Планальные	Планальные	Аксиальные	Аксиально-Центральное
Низшая	Триклинная	C_1 1 	C_i $\bar{1}$  C					
	Моноклинная	C_2 2  L_2	C_s M  M	C_{2h} 2/m  L_2Cm				
	Ромбическая					C_{2v} mm2  L_22m	D_2 222  $3L_2$	D_{2h} mmm  $3L_2C3m$
Средняя	Тетрагональная	C_4 4  L_4	S_4 $\bar{4}$  L_{i4}	C_{4h} 4/m  L_4Cm	D_{2d} $\bar{4}2m$  $L_{i4}2L_22m$	C_{4v} 4mm  L_44m	D_4 422  L_44L_2	D_{4h} 4/mmm  L_44L_2C5m
	Тригональная	C_3 3  L_3	C_{3i} $\bar{3}$  L_{i3}		D_{3d} $\bar{3}m$  L_33L_2C3m	C_{3v} 3m  L_33m	D_3 322  L_33L_2	
	Гексагональная	C_6 6  L_6	C_{3h} $\bar{6}$  L_{i6}	C_{6h} 6/m  L_6Cm	D_{3h} $\bar{6}m2$  $L_{i6}3L_23m$	C_{6v} 6mm  L_66m	D_6 622  L_66L_2	D_{6h} 6/mmm  L_66L_2C7m
Высшая	Кубическая	T 23  $3L_24L_3$		T_h $\bar{m}3$  $3L_24L_3C3m$	T_d $\bar{4}3m$  $3L_{i4}4L_36m$		O 432  $3L_44L_36L_2$	O_h $m\bar{3}m$  $3L_44L_36L_2C9m$

Вывод видов симметрии

Примитивные виды симметрии

Минимальный набор элементов симметрии (поворотных осей)

Триклинная	C_1	1
Моноклинная	C_2 L_2	2
Ромбическая		
Тетрагональная	C_4 L_4	4
Тригональная	C_3 L_3	3
Гексагональная	C_6 L_6	6

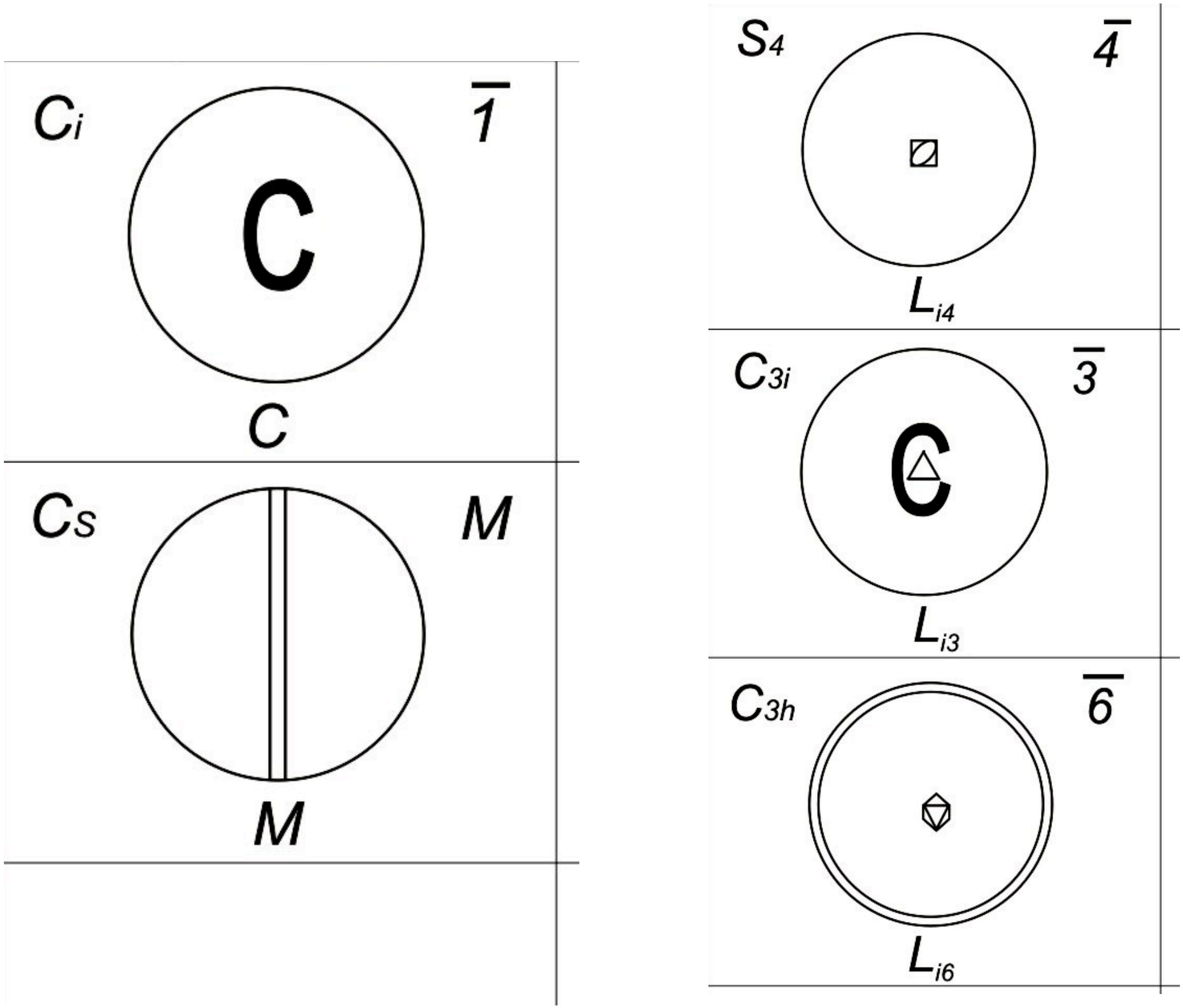


23

$3L_2 4L_3$

Вывод видов симметрии

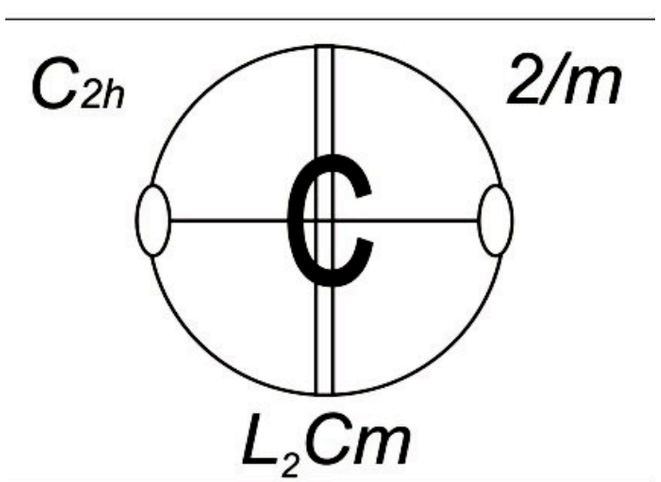
Инверсионно-примитивные виды симметрии

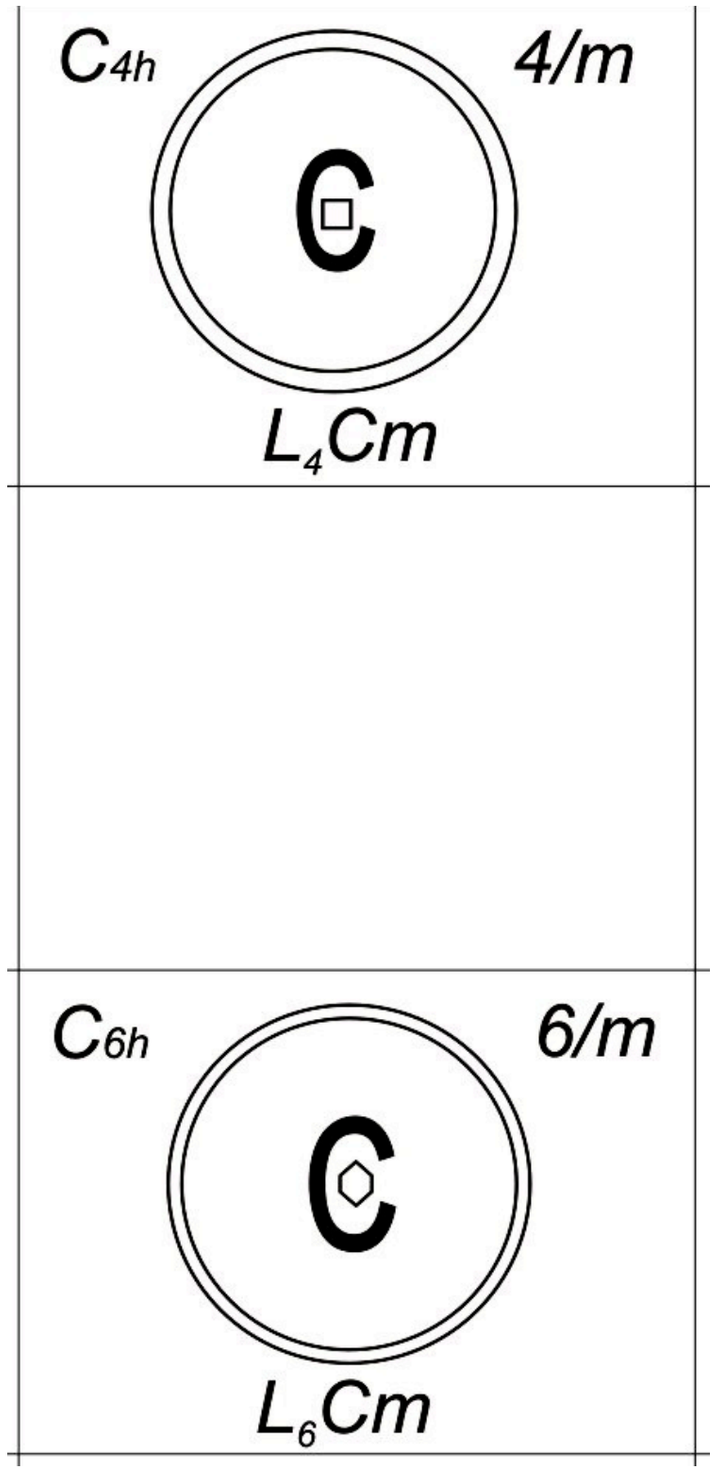


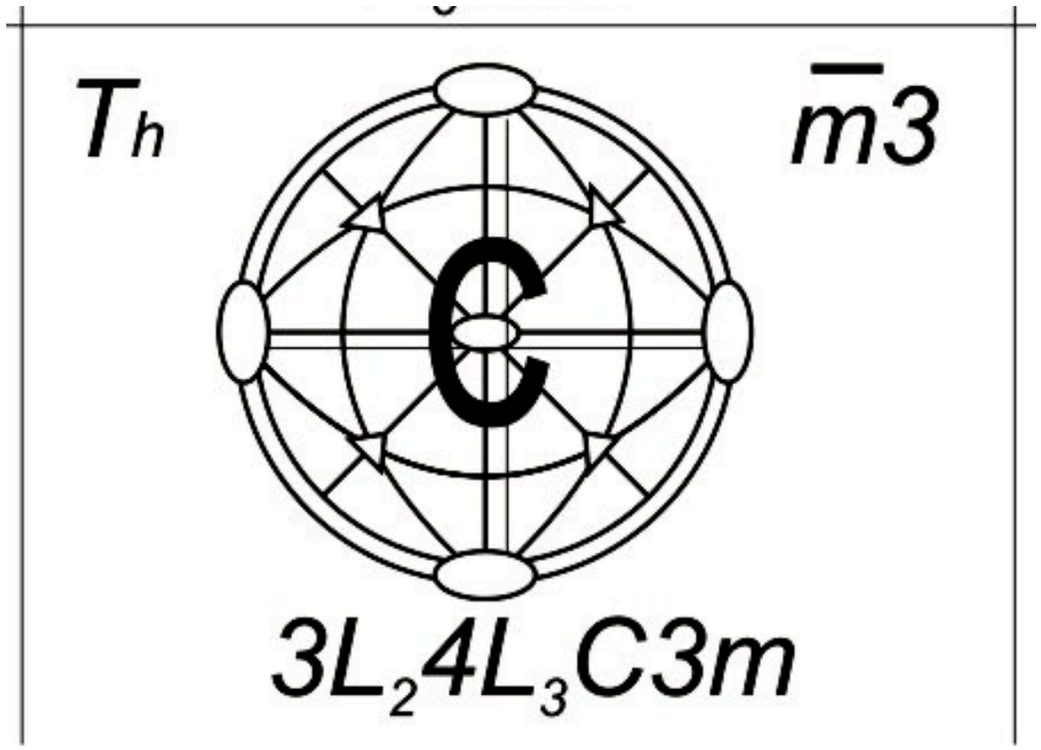
Вывод видов симметрии

Центральные виды симметрии

“Добавляем” центр симметрии к поворотным осям симметрии



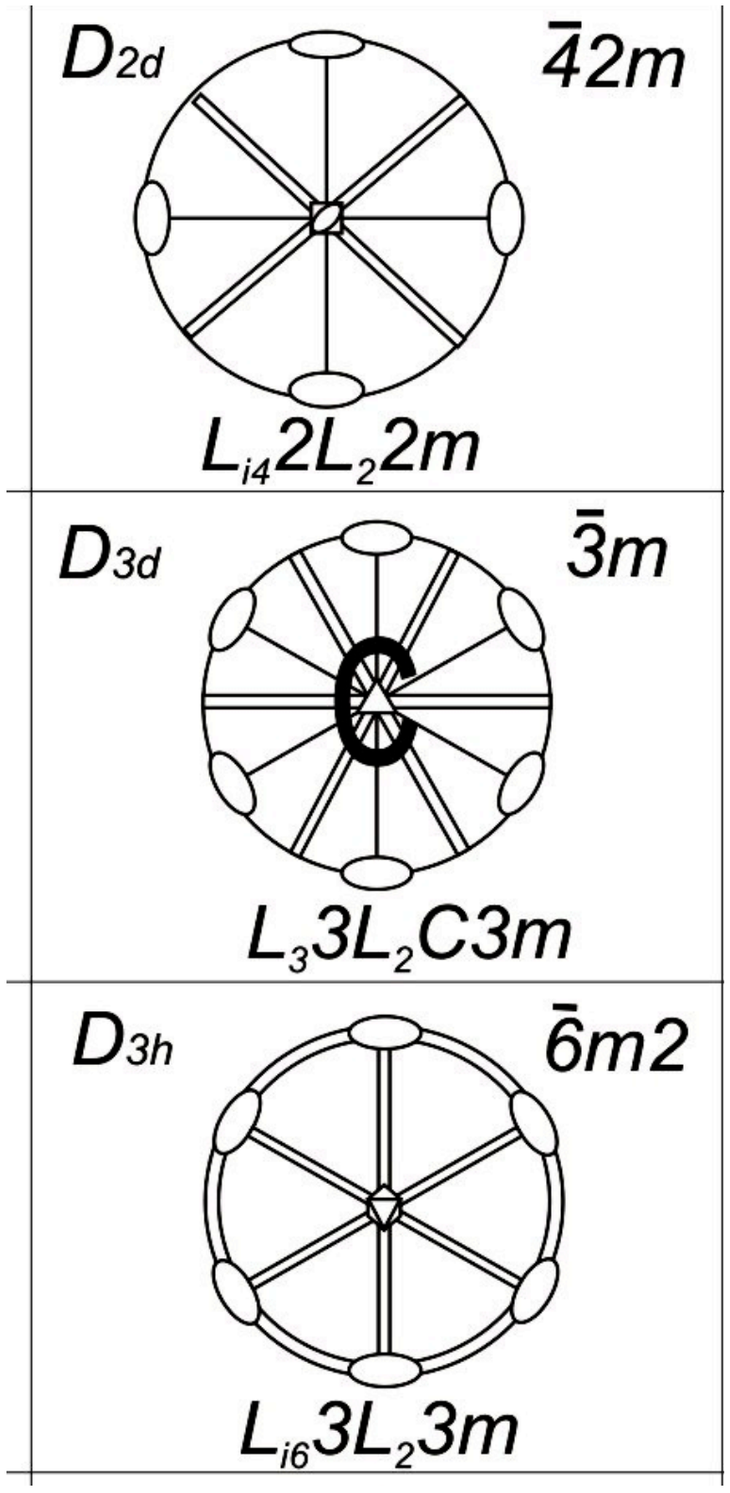


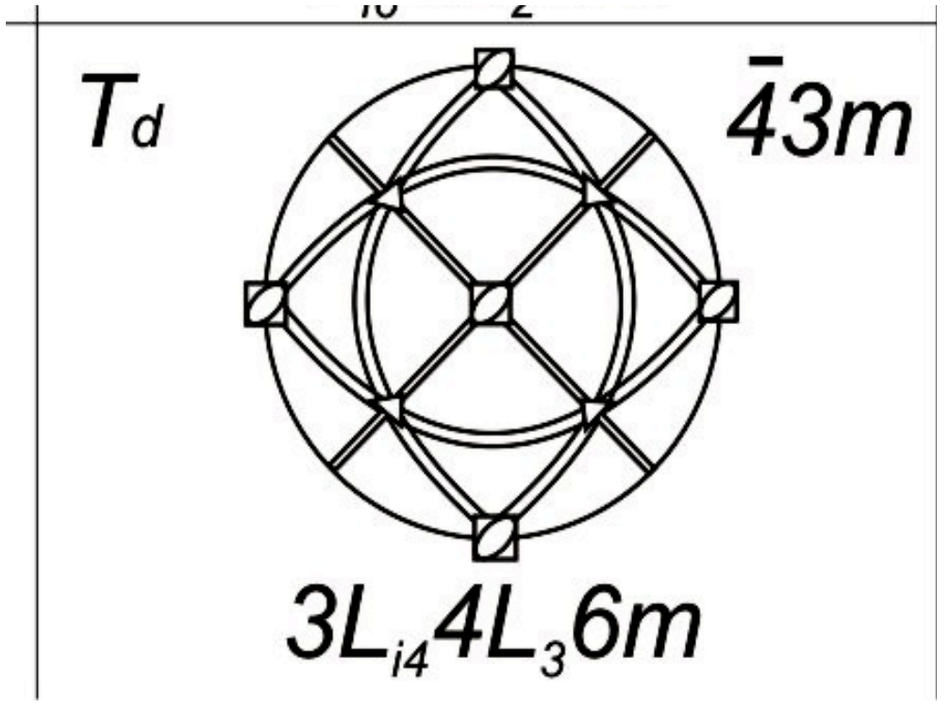


Вывод видов симметрии

Инверсионно-планальные виды симметрии

“Добавляем” параллельную плоскость к инверсионно-примитивным видам симметрии

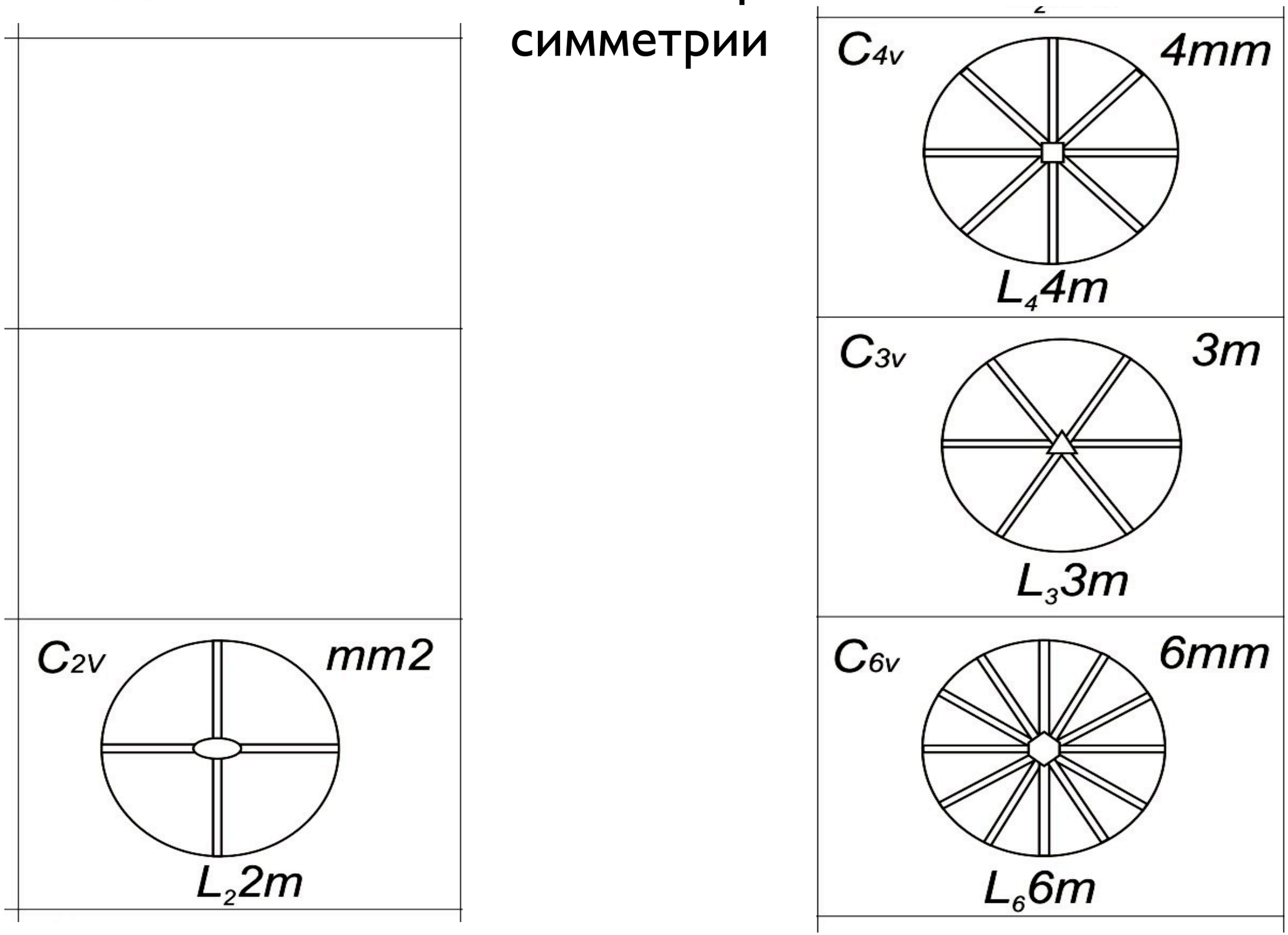




Вывод видов симметрии

Планальные виды симметрии

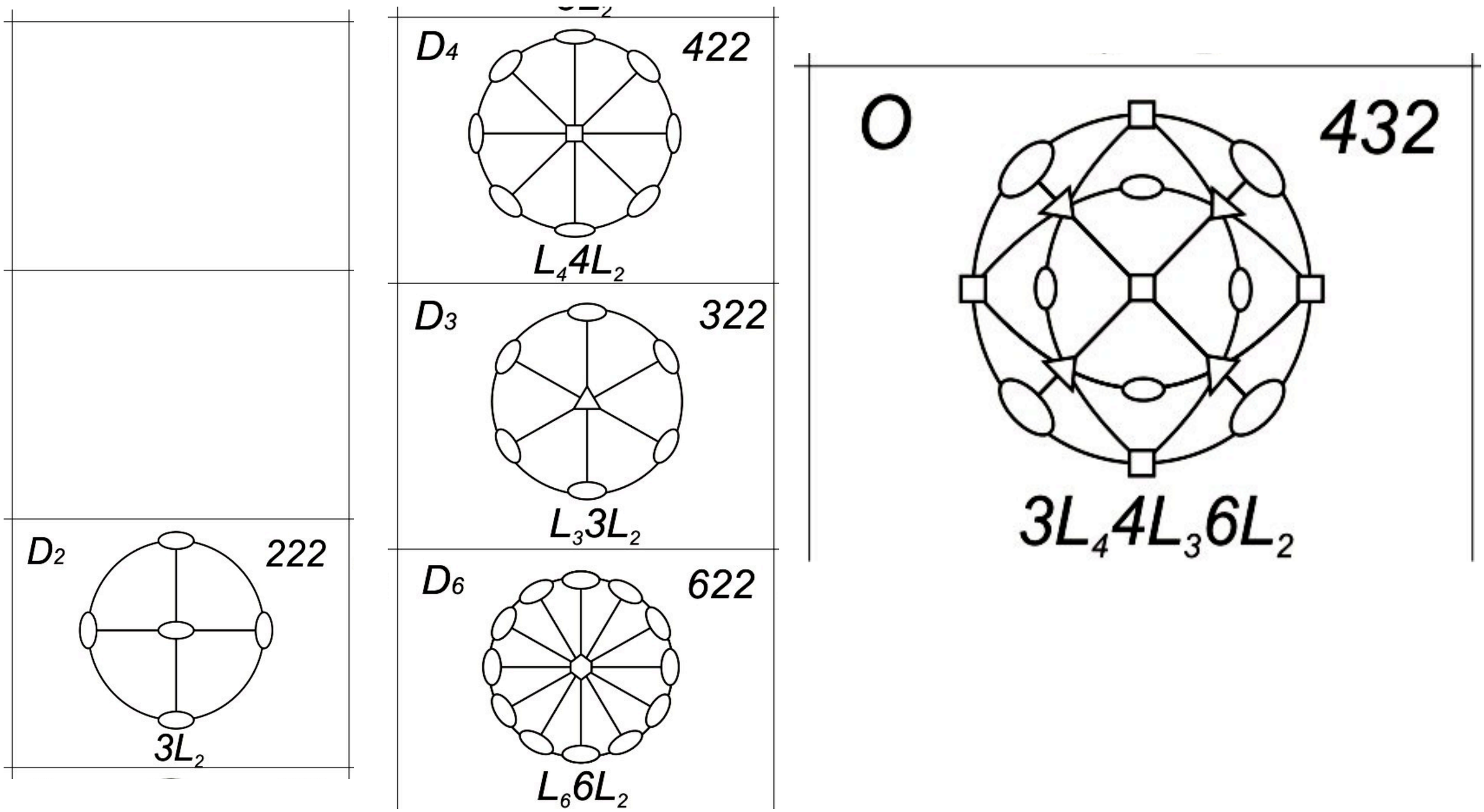
“Добавляем” плоскость к примитивным видам симметрии



Вывод видов симметрии

Аксиальные виды симметрии

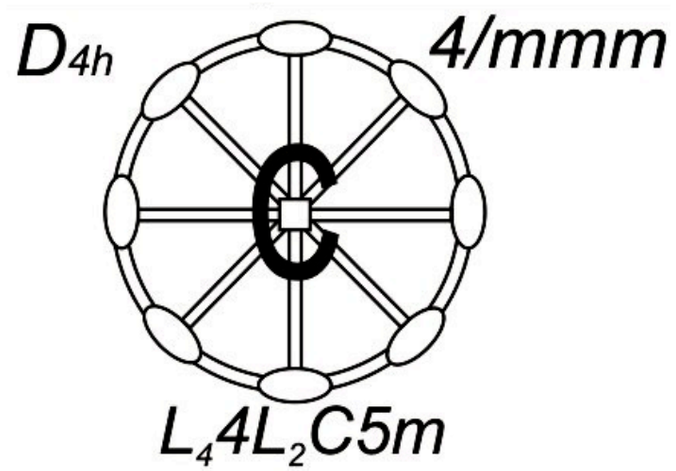
“Добавляем” ось второго порядка, перпендикулярную к главной оси симметрии

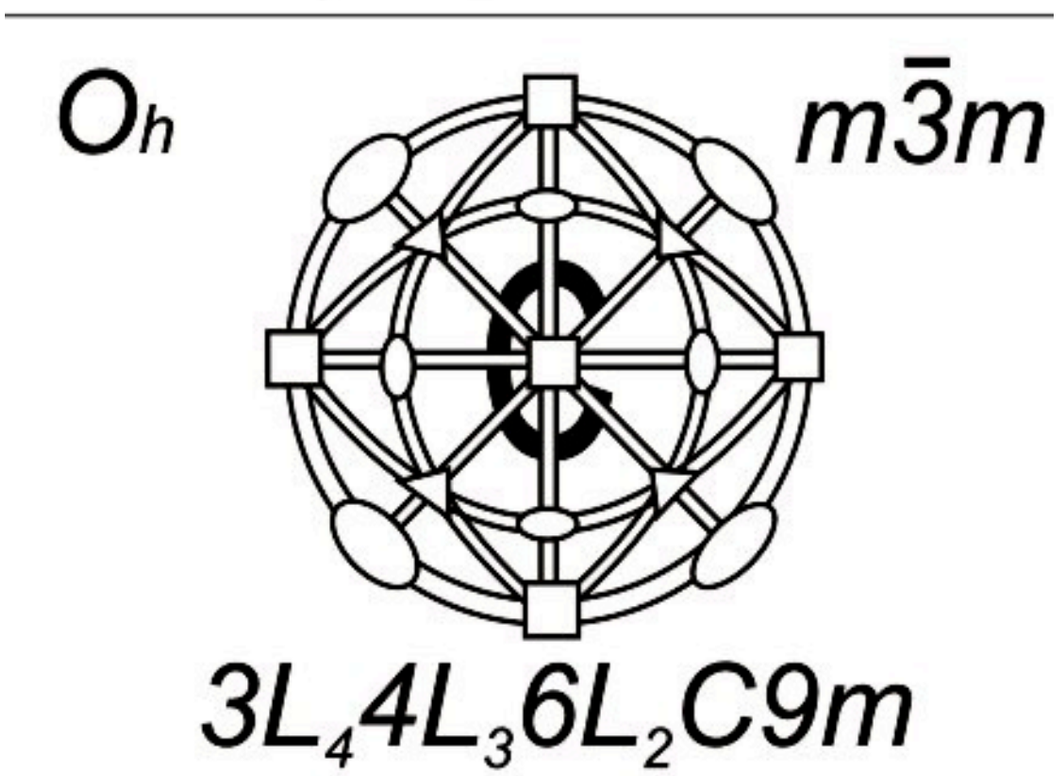


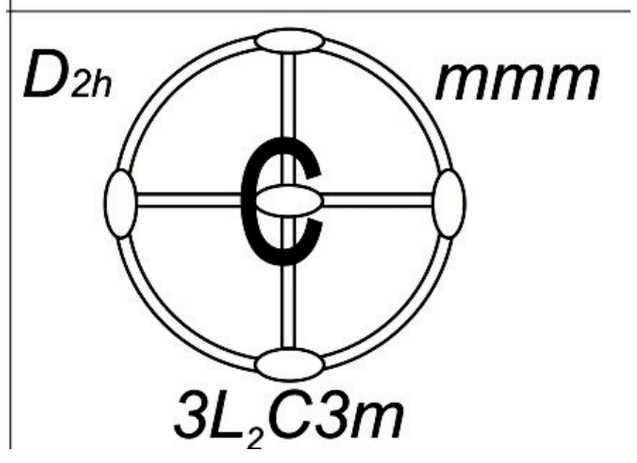
Вывод видов симметрии

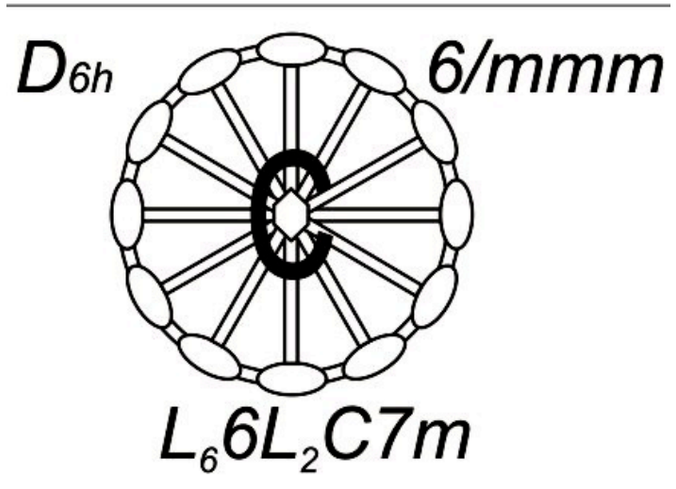
Аксиально-центральные виды симметрии

“Добавляем” центр симметрии к аксиальным видам









Классификация видов симметрии

Категории и сингонии

Категории

Низшая	нет осей симметрии высшего порядка (т.е. порядка $n > 2$)
Средняя	*одна* ось симметрии высшего порядка
Высшая	больше, чем одна, ось симметрии высшего порядка

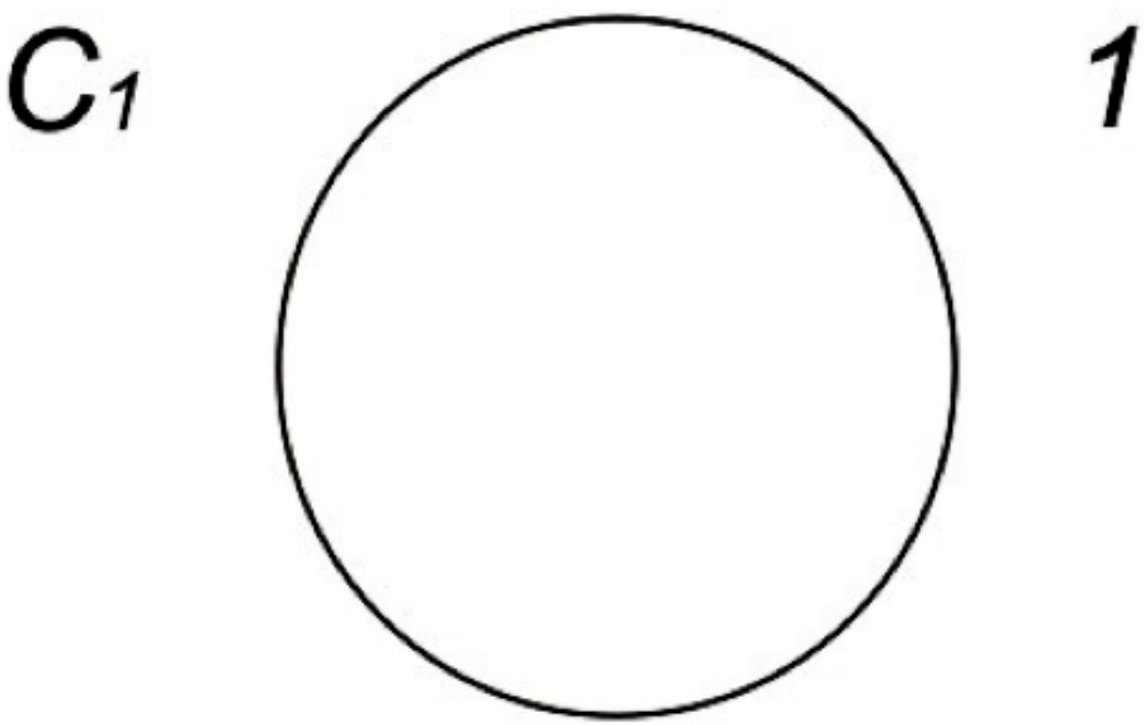
Классификация видов симметрии

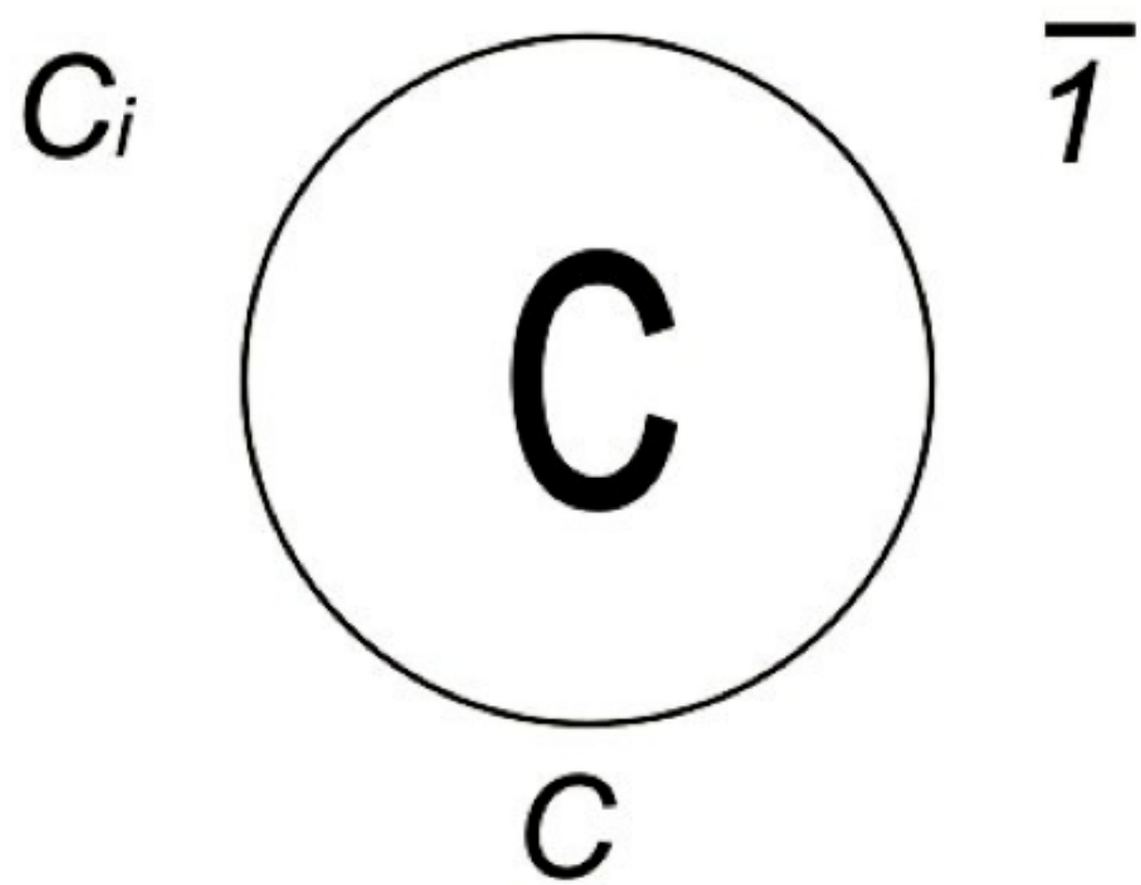
Категории и сингонии

Сингонии низшей категории

Триклинная

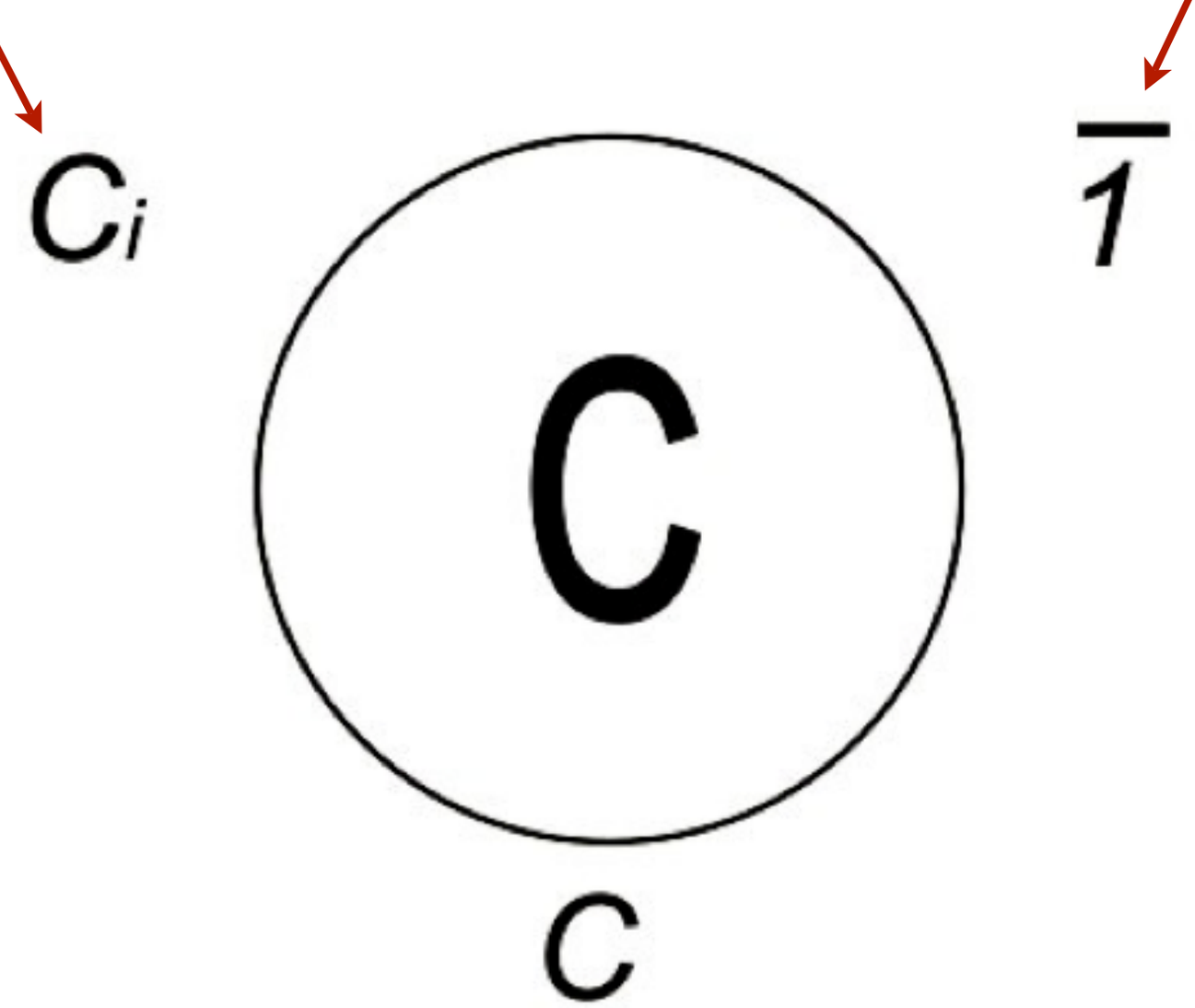
Простая или инверсионная ось симметрии 1-го порядка





Символ Шенфлиса

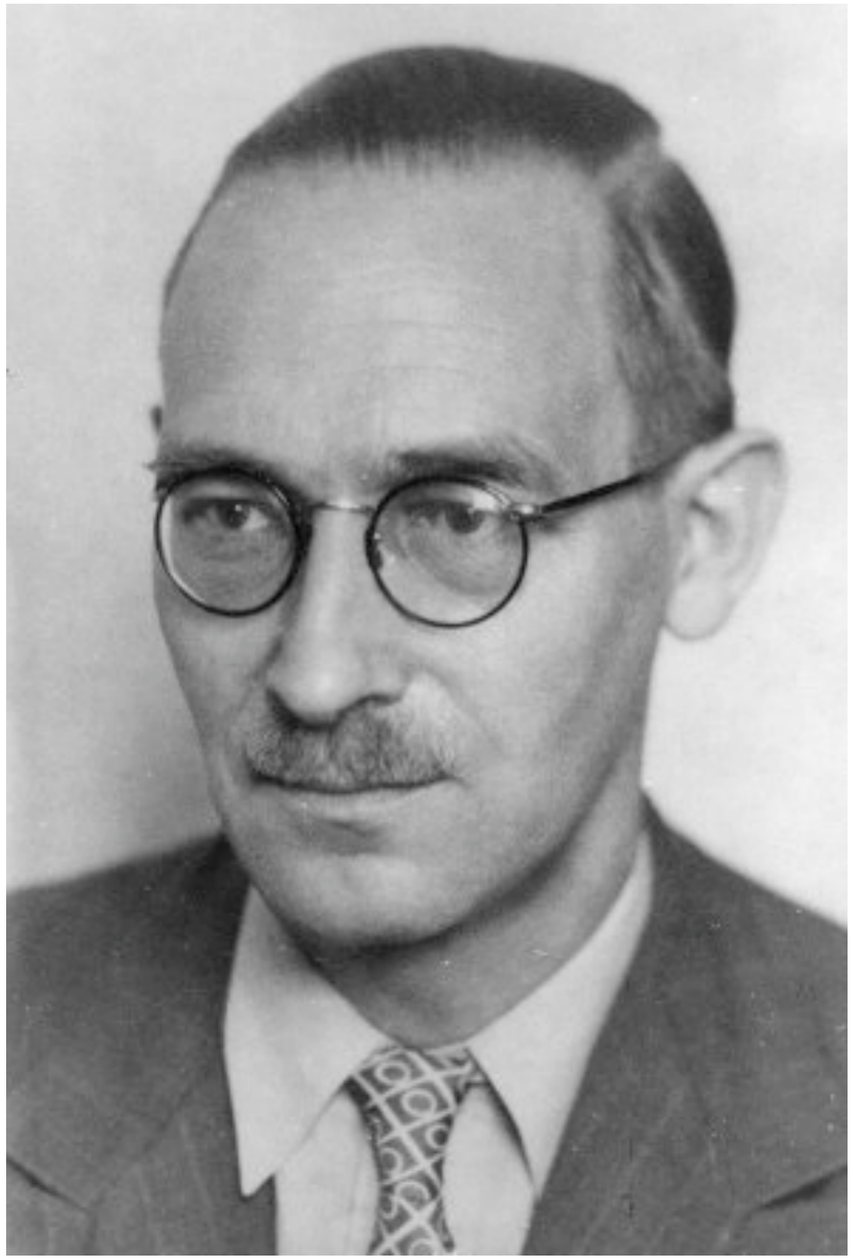
Символ Германа-Могена



Формула симметрии
(список элементов симметрии)

Обозначения видов симметрии

Символы Германа-Могена



Карл Германн
1898-1961

Шарль-Виктор Моген
1878-1958

Обозначения видов симметрии

Символы Германа-Могена

$$n$$

$$\overline{n}$$

$$n/m$$

$$n22$$

$$nmm$$

$$\overline{n}2m$$

$$n/m\ 2/m\ 2/m$$

Обозначения видов симметрии
Символы Шенфлиса

Артур Мориц Шенфлис
(1853-1928)

Обозначения видов симметрии

Символы Шенфлиса

C_n — группы с единственным особым направлением, представленным поворотной осью симметрии

C_{ni} — группы с единственной инверсионной осью симметрии.

C_v (от нем. vertical — вертикальный) — для плоскостей, расположенных вдоль единственной или главной оси симметрии, которая всегда выбирается вертикальной.

C_h (от нем. horisontal — горизонтальный) — для плоскости, перпендикулярной к главной оси симметрии.

S (от нем. spiegel — зеркало) — для плоскости неопределенной ориентации, то есть не фиксированной ввиду отсутствия в группе иных элементов симметрии

Обозначения видов симметрии
Символы Шенфлиса

O,*T* — группы симметрии с несколькими осями высшего порядка — группы кубической сингонии — обозначаются буквой *O* в случае, если они содержат полный набор осей симметрии, или буквой *T* — если в группе отсутствуют диагональные оси симметрии.

D_n — является группой C_n с добавочной осью симметрии второго порядка, перпендикулярной исходной оси.

D_{nh} также имеет горизонтальную плоскость симметрии.

D_{nv} также имеет вертикальную плоскость симметрии.

n может равнятся 1,2,3,4,6.

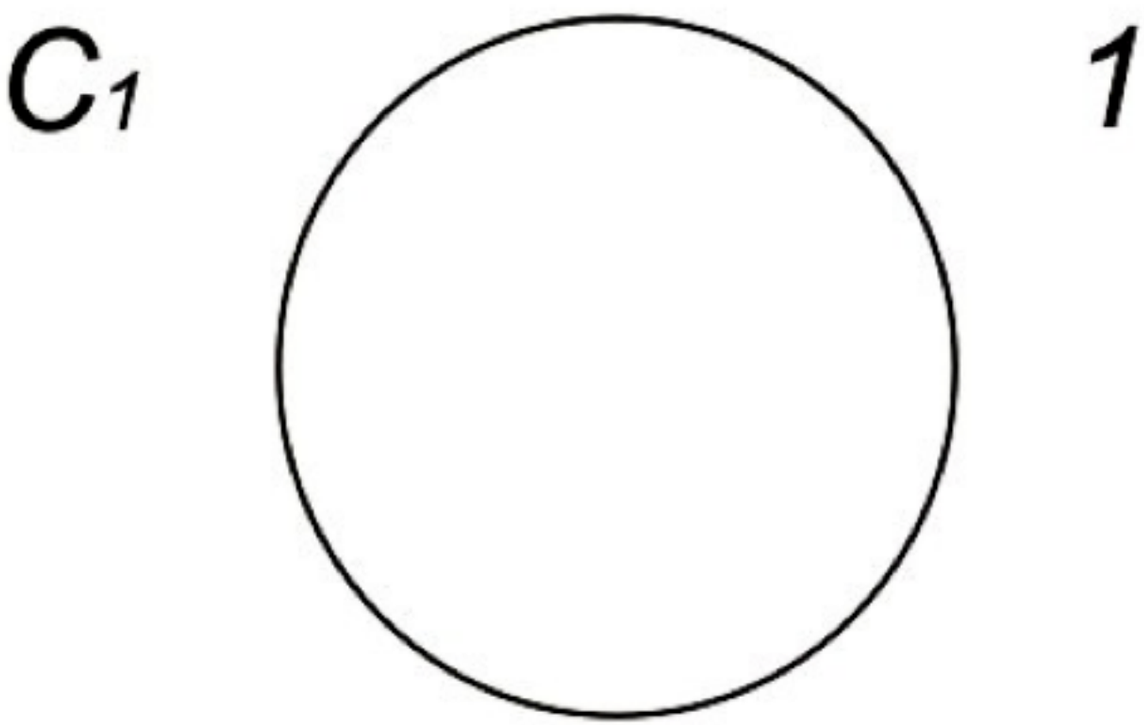
Классификация видов симметрии

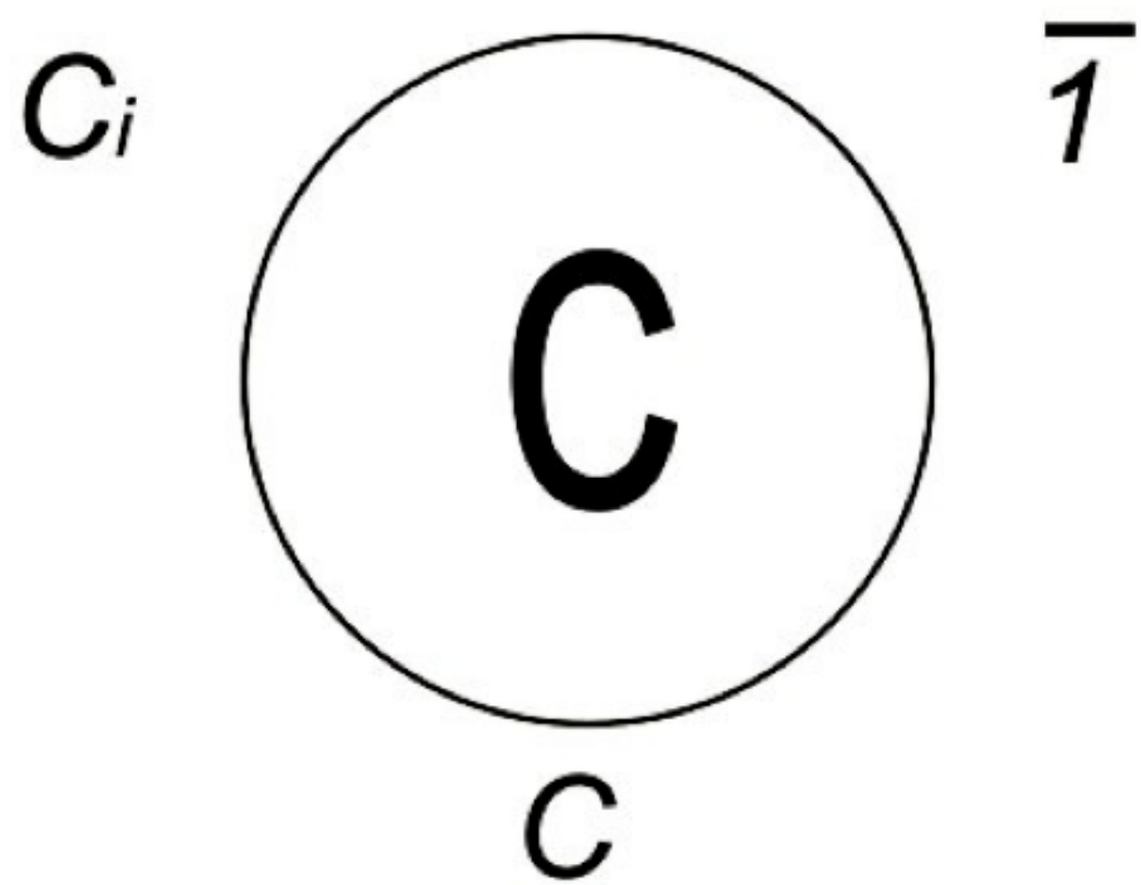
Категории и сингонии

Сингонии низшей категории

Триклинная

Простая или инверсионная ось симметрии 1-го порядка





Классификация видов симметрии

Категории и сингонии

Сингонии низшей категории

Триклинная	n	1	C_1
	$\overline{n}$	$\overline{1}$	C_i
	n/m		
	$n22$		
	nmm		
	$\overline{n}2m$		
	$n/m\ 2/m\ 2/m$		

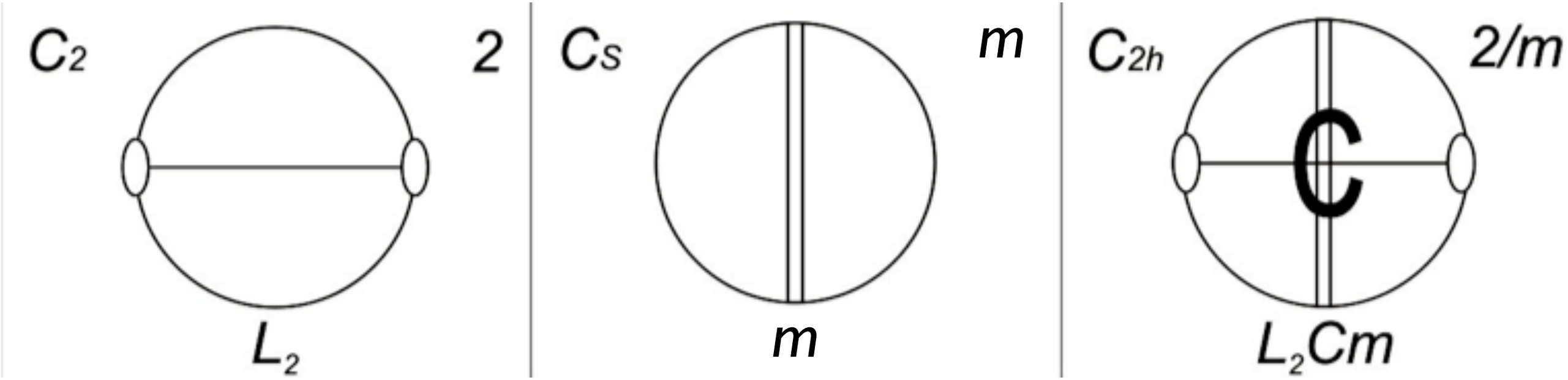
Классификация видов симметрии

Категории и сингонии

Сингонии низшей категории

Моноклинная

Простая или инверсионная ось симметрии 2-го порядка

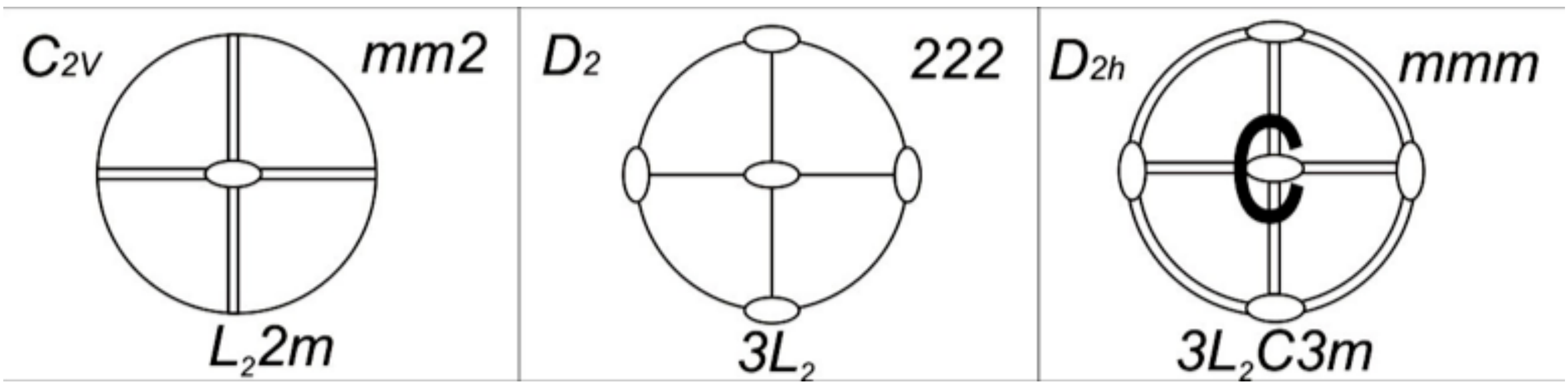


Классификация видов симметрии

Категории и сингонии

Сингонии низшей категории

Ромбическая Три взаимно перпендикулярных простых или инверсионных оси симметрии 2-го порядка

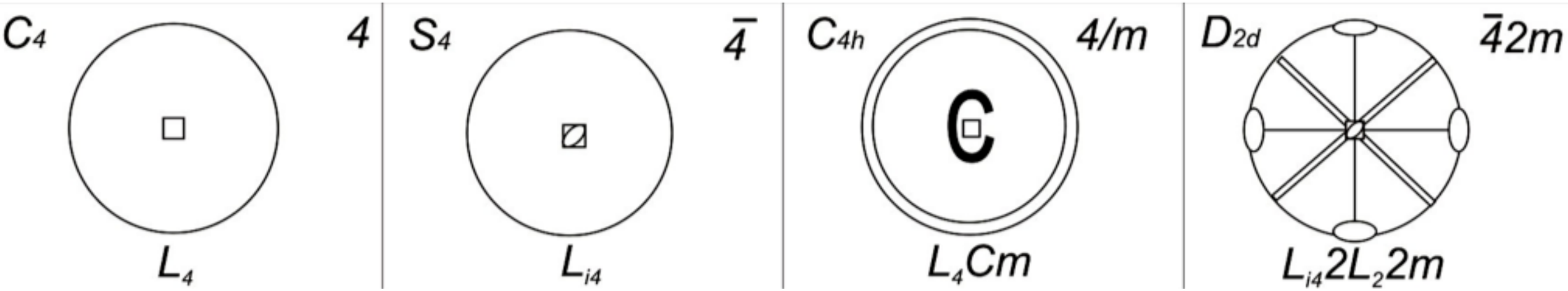


Классификация видов симметрии

Категории и сингонии

Сингонии средней категории

Тетрагональная Имеется одна простая или инверсионная ось четвертого порядка



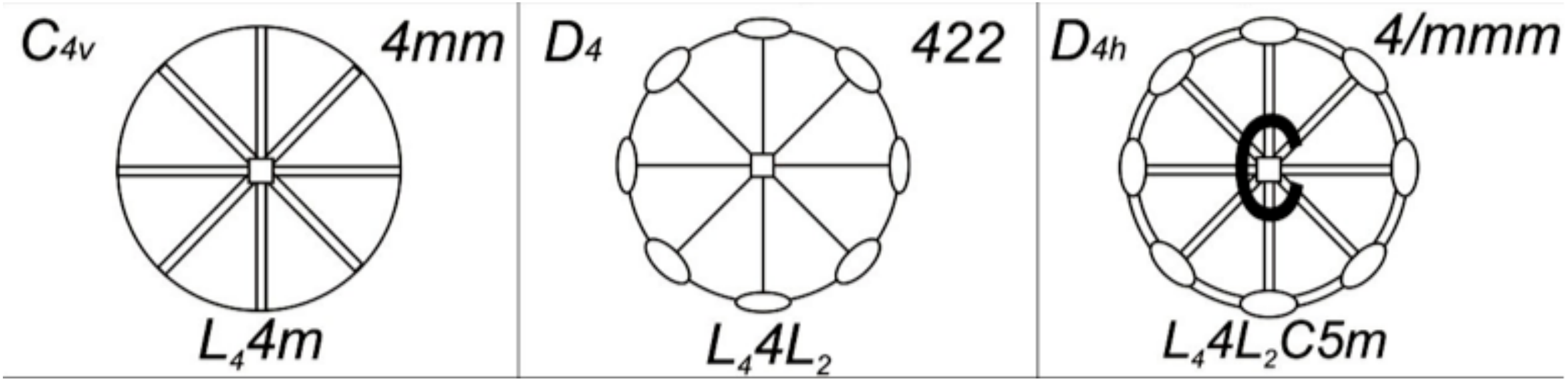
Примитивный | Инверсионно-примитивный | Центральный | Инверсионно-планальный

Классификация видов симметрии

Категории и сингонии

Сингонии средней категории

Тетрагональная Имеется одна простая или инверсионная ось четвертого порядка



Планальный | Аксиальный | Аксиально-центральный

Классификация видов симметрии

Категории и сингонии

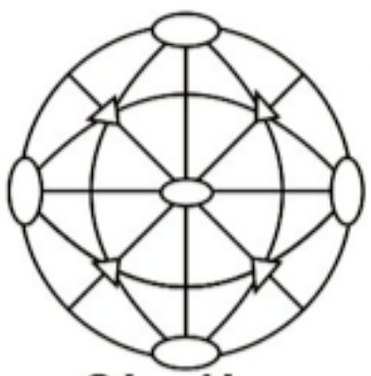
Сингонии высшей категории

Кубическая

Больше одной оси высшего порядка

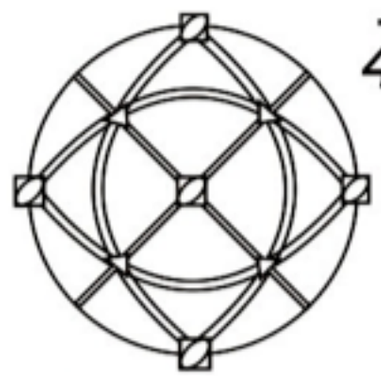
всегда $4L_3$!!!

T 23



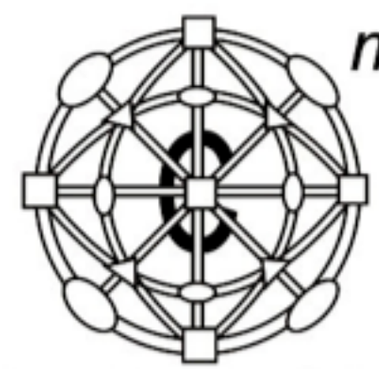
$3L_24L_3$

T_d $\bar{4}3m$



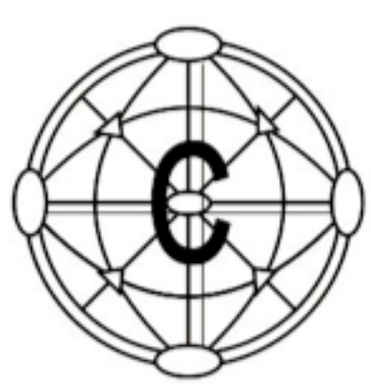
$3L_{i4}4L_36m$

O_h $m\bar{3}m$



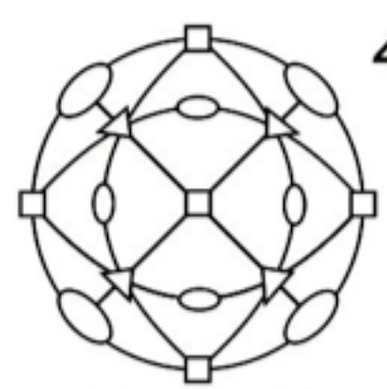
$3L_44L_36L_2C9m$

T_h $\bar{m}3$



$3L_24L_3C3m$

O 432



$3L_44L_36L_2$

Классификация видов симметрии

Единичные направления

Единичное направление -
в кристалле одно

Симметрично-равные направления -
в кристалле больше, чем одно

Классификация видов симметрии

Единичные направления

Категория	Сингония	Ед. направления
Низшая (ед. напр. > 1)	триклинная	все (∞)
	моноклинная	∞, но *не все*
	ромбическая	3
Средняя (ед. напр. = 1)	тетрагональная	1
	тригональная	1
	гексагональная	1
Высшая (ед. напр. = 0)	кубическая	0